Matematika

Sekolah Menengah Pertama

Tim Gakko Tosho

SMP KELAS VIII

Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII
Judul Asli: "Junior High School Mathematics: 2"

Penulis
Tim Gakko Tosho

Chief Editor
Masami Isoda

Penerjemah
Al Jupri

Penyadur
Mochammad Hafiizh
Fitriana Yuli Saptaningtyas

Penelaah
Budi Poniam
Yudi Satria
Iva Sarifah

Penyunting
Uly Amalia

Penyelia/Penyelaras
Supriyatno
Singgih Prajoga
Erlina Indarti
Eko Budiono
Wuri Prihantini
Berthin Sappang

Penata Letak (Desainer)
Erwin

Ilustrator
Kuncoro Dewojati
Moch. Isnaeni
Sendy Thoriq Alamsyah

Fotografer
Denny Saputra
Dewi Pratiwi

Penerbit
Pusat Perbukuan
Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Komplek Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemdikbud.go.id

Cetakan pertama, 2021
ISBN 978-602-244-514-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-602-244-798-6 (jil.2)

Isi buku ini menggunakan huruf Linux Libertine 12/17 pt., Vernon Adams, Cyreal.
xviii, 262 hlm.: 21 × 29,7 cm.

Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi mempunyai tugas dan fungsi, yaitu mengembangkan kurikulum yang mengusung semangat merdeka belajar mulai dari satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan pendidikan dalam mengembangkan potensi yang dimiliki oleh peserta didik. Untuk mendukung pelaksanaan kurikulum tersebut, sesuai Undang-Undang Nomor 3 Tahun 2017 tentang Sistem Perbukuan, pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan memiliki tugas menyiapkan buku teks utama sebagai salah satu sumber belajar utama pada satuan pendidikan.

Penyusunan buku teks utama mengacu pada Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 958/P/2020 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah. Sajian buku dirancang dalam bentuk berbagai aktivitas pembelajaran untuk mencapai kompetensi dalam Capaian Pembelajaran tersebut. Dalam upaya menyediakan buku-buku teks utama yang berkualitas, selain melakukan penyusunan buku, Pusat Perbukuan juga membeli hak cipta atas buku-buku teks utama dari penerbit asing maupun buku-buku teks utama dari hasil hibah dalam negeri, untuk disadur disesuaikan dengan Capaian Pembelajaran/Kurikulum yang berlaku. Penggunaan buku teks utama pada satuan pendidikan ini dilakukan secara bertahap pada Sekolah Penggerak sebagaimana diktum Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 162/M/2021 tentang Program Sekolah Penggerak.

Sebagai dokumen hidup, buku teks utama ini secara dinamis tentunya dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan. Semoga buku ini dapat bermanfaat, khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Oktober 2021
Plt. Kepala Pusat,

Supriyatno
NIP 19680405 198812 1 001

Prakata

Seri "Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" yang diterbitkan GAKKO TOSHO.Co.LTD, Tokyo-Japan bertujuan mengembangkan peserta didik belajar matematika oleh dan untuk diri mereka sendiri dengan pemahaman yang komprehensif, apresiasi, dan perluasan lebih lanjut dalam penerapan matematika. Penemuan matematika adalah harta berharga matematikawan dan kadang-kadang aktivitas heuristik seperti itu dianggap bukan masalah belajar peserta didik di kelas, karena seseorang percaya bahwa hanya orang-orang hebat yang dapat menemukannya. Seri buku teks ini memberikan terobosan untuk kesalahpahaman anggapan ini dengan menunjukkan kepada peserta didik untuk memahami konten pembelajaran baru dengan menggunakan matematika yang telah dipelajari sebelumnya.

Untuk tujuan ini, buku-buku pelajaran dipersiapkan untuk pembelajaran di masa depan serta merenungkan dan menghargai apa yang dipelajari peserta didik sebelumnya. Pada buku teks ini, setiap bab memberi dasar yang diperlukan untuk pembelajaran kemudian. Pada setiap kali belajar, jika peserta didik belajar matematika secara berurutan, mereka dapat membayangkan beberapa ide untuk tugas/masalah baru yang tidak diketahui berdasarkan apa yang telah mereka pelajari. Jika peserta didik mengikuti urutan buku ini, mereka dapat menyelesaikan tugas/masalah yang tidak diketahui sebelumnya, dan menghargai temuan baru, temuan dengan menggunakan apa yang telah mereka pelajari.

Dalam hal jika peserta didik merasa kesulitan untuk memahami konten pembelajaran saat ini pada buku teks, itu berarti bahwa mereka kehilangan beberapa ide kunci yang terdapat dalam bab dan/atau kelas sebelumnya. Jika peserta didik meninjau isi pembelajaran yang ditunjukkan dalam beberapa halaman pada buku teks sebelum belajar, itu memberi mereka dasar yang diperlukan untuk membuat belajar lebih mudah. Jika guru hanya membaca halaman atau tugas untuk mempersiapkan pembelajaran esok hari, mungkin akan salah memahami dan menyalahi penggunaan buku teks ini karena tidak menyampaikan sifat dasar buku teks ini yang menyediakan urutan untuk memberi pemahaman di halaman atau kelas sebelumnya.

"Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama" menyediakan komunikasi kelas yang kaya di antara peserta didik. Memahami orang lain tidak hanya isi pembelajaran matematika dan pemikiran logis, tetapi juga konten yang diperlukan untuk pembentukan karakter manusia. Matematika adalah kompetensi yang diperlukan untuk berbagi gagasan dalam kehidupan kita di Era Digital AI ini. "Bangun argumen yang layak dan kritik nalar orang lain (CCSS.MP3, 2010)" tidak hanya tujuan di AS, tetapi juga menunjukkan kompetensi yang diperlukan untuk komunikasi matematika di era ini. Editor percaya bahwa buku teks yang diurutkan dengan baik ini memberikan kesempatan untuk komunikasi yang kaya di kelas pembelajaran matematika di antara peserta didik.

Oktober, 2021
Prof. Masami Isoda
Director of Centre for Research on International Cooperation in Educational Development (CRICED)
University of Tsukuba, Japan

Monumen Batu dari Jinko-ki (Candi Jojakko-ji, Kyoto)
Sumber: travelcaffeine.com

Mitsuyoshi Yoshida

Mitsuyoshi Yoshida

1598 - 1672

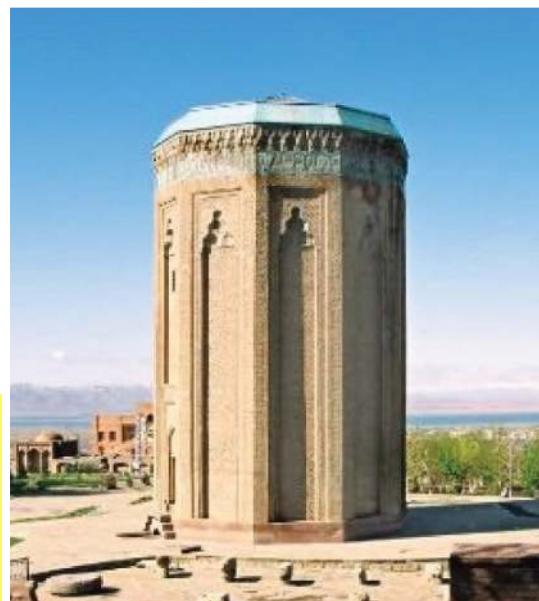
Orang Jepang memiliki matematika sendiri yang disebut "wa-san". Dua ratus lima puluh tahun setelah mereka mengimpor matematika Eropa "Yo-San", Mitsuyoshi Yoshida dikenal mengarang buku 'Jinko-ki', yang merupakan buku teks yang populer selama era Edo.

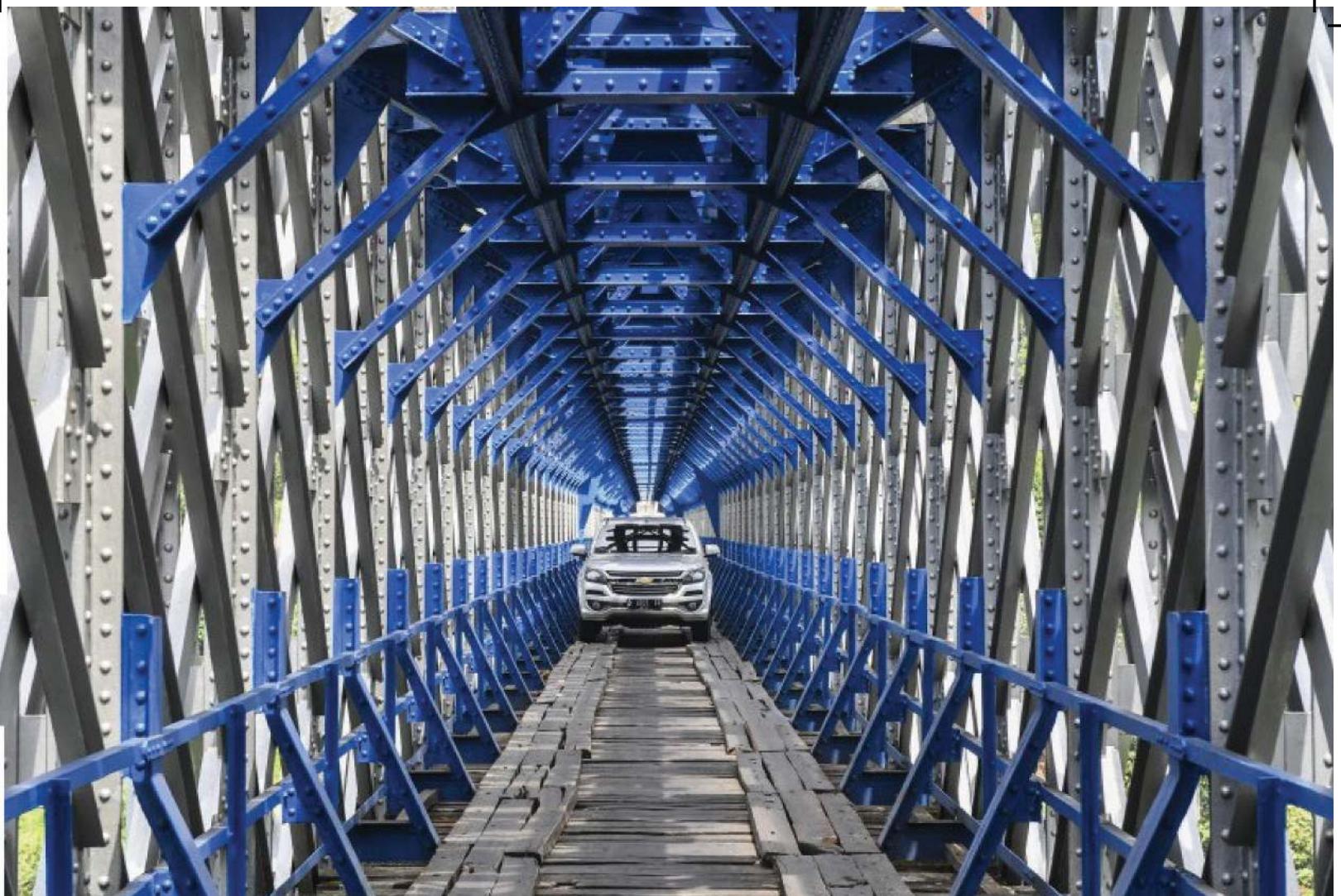
Buku ini digunakan sebagai buku teks pengantar matematika selama 250 tahun.

Sangaku

Papan Buletin Matematika
Sumber: www.princeton.edu

Berbagai Bentuk di Sekitar Kita

Bentuk apa yang digunakan di sekitar kita?
Jika kita amati dengan saksama, kita akan menemukan sesuatu di luar dugaan kita.

Banyak sekali bentuk di sekitar kita yang terkait dengan konsep Matematika. Dapatkah kamu mengaitkannya?

Museum Purna Bhakti Pertiwi
Sumber: tamanmini.com

Rumah Segitiga
Sumber: furnishing.com

Sumber: republika.co.id

Jam Gadang (Sumber: rri.go.id)

Sumber: m.republika.co.id

Sumber: nasional.sindonews.com

Kepada Peserta Didik SMP Kelas VIII
Pengguna Buku Matematika Ini
Petunjuk Bagaimana Belajar Matematika Menggunakan Buku Ini

Materi apa yang telah kita pelajari pada buku *Matematika SMP Kelas VII*? Jika kita bandingkan dengan pelajaran matematika sekolah dasar, kita mungkin akan merasa kesulitan. Namun, kita juga akan senang dengan gagasan-gagasan baru, merasa mengakui kegunaan matematika yang kita pelajari dari kehidupan nyata, dan akan merasa terkagum-kagum dalam beberapa kasus.

Pada buku *Matematika SMP Kelas VIII*, kita akan belajar lebih mendalam tentang bentuk-bentuk aljabar, bentuk-bentuk geometri, dan fungsi dengan menggunakan pengetahuan yang sudah dipelajari di kelas VII, serta akan mempelajari konsep peluang sebagai sesuatu yang baru.

Pada saat yang sama, kita akan terus mengajukan pertanyaan untuk melakukan penemuan dan menyelesaikannya berdasarkan hal yang sudah kita ketahui di kelas VII. Untuk menggunakan hal-hal yang sudah kita pelajari, buku *Matematika SMP Kelas VII* dan catatannya perlu tetap kita miliki agar kita dapat merenungkan hal-hal yang sudah kita pelajari. Untuk itu, di SMP Kelas VIII, kita akan mempelajari kembali materi yang sudah dipelajari di kelas VII dan menghargai pengalaman yang mungkin tidak kita sadari saat kita berada di kelas VII.

Matematika yang dikenal sebagai 'Bahasa Ilmu Pengetahuan', merupakan pelajaran yang diperlukan agar kita berhasil dalam kehidupan sebagai manusia di lingkungan masyarakat. Melalui proses menjelaskan, berbagi, dan mengomunikasikan temuan-temuan, kita akan memperoleh pengetahuan dan gagasan-gagasan baru yang merupakan Bahasa Ilmu Pengetahuan.

Mari kita belajar matematika menggunakan buku SMP Kelas VIII ini.

Petunjuk untuk Orang Tua

Buku ini disusun untuk membantu putra/putri Anda belajar matematika dengan cara menyenangkan agar dapat menerapkan kompetensi yang dicapai. Diagram berikut ini dapat membantu peserta didik belajar mandiri di rumah sesuai dengan kebutuhan dan minat mereka. Diagram tersebut juga bermanfaat bagi guru untuk mengajar di kelas.

Tugas yang ditandai dengan [Tingkatkan] merupakan tugas yang di luar kurikulum. Artinya, peserta didik dapat mempelajari sebagai pengayaan untuk lebih memperdalam. Buku ini dirancang untuk menjawab kebutuhan peserta didik yang memiliki minat tinggi dalam belajar matematika. Diharapkan peserta didik dapat mengembangkan kemampuan matematika sebagai landasan untuk mencapai keberhasilan dalam hidupnya di kemudian hari.

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Buku Ini

Pembukaan Bab

Ulasan Dari Aritmetika ke Matematika.

Ulasan materi yang telah dipelajari, akan dipergunakan pada bab yang sedang dibahas.

Pertanyaan mendasar untuk mengenalkan materi baru pada bab yang sedang dibahas.

Pertanyaan lebih lanjut yang akan dijawab pada halaman yang tertera.

Teks Utama pada Bab

•Tujuan• Tujuan pembelajaran pada materi ajar baru.

Pertanyaan utama untuk memahami materi ajar baru.

Contoh 1 Contoh tugas untuk memahami materi.

Cara Metode, gagasan, dan cara berpikir untuk menyelesaikan masalah.

Penyelesaian Penyelesaian untuk tugas yang diberikan.

Soal 1 Latihan untuk memahami penyelesaian.

Tugas untuk memperdalam pemahaman.

Soal dan materi lanjut yang terkait.

Soal-soal terkait untuk aktivitas matematis.

Menemukan sifat-sifat bilangan dan bangun geometri berdasarkan materi yang telah dipelajari.

Menerapkan konten yang telah dipelajari dalam berbagai situasi di kehidupan sehari-hari.

Menjelaskan ide sendiri agar dapat dipahami orang lain, dan bertukar ide supaya dihasilkan ide baru yang dapat dipahami bersama.

Akhir Bagian

Mari Kita Periksa

Tugas untuk menguji pemahaman materi yang harus dikuasai semua peserta didik. Apabila belum mampu menyelesaikan dengan baik, disarankan untuk mempelajari lagi materi pada halaman-halaman yang terkait.

Penguatan

Tugas belajar mandiri untuk menambah pengetahuan dan keterampilan.

Akhir Bab

Soal Ringkasan

Tugas untuk mengulas dan merangkum apa yang telah dipelajari.

Gagasan Utama Tugas mendasar untuk mengonfirmasi pemahaman.

Penerapan Penerapan pengetahuan dan keterampilan yang telah diperoleh.

Penggunaan Praktis Adaptasi pada berbagai situasi sehari-hari.

Menjelaskan cara-cara belajar misalnya dengan menulis laporan tentang apa yang telah dipelajari dan yang memerlukan eksplorasi lebih lanjut

Akhir Buku

Matematika Lanjut

Menjelaskan cara-cara belajar misalnya dengan menulis laporan tentang apa yang telah dipelajari dan yang memerlukan eksplorasi lebih lanjut.

Matematika Sekolah Dasar

Mempelajari ulang tugas tentang operasi dan hitungan yang telah dipelajari di Sekolah Dasar.

Ulasan: Sekolah Menengah Pertama

Ulasan tugas-tugas yang telah dipelajari dalam buku ini.

Tugas yang tepat untuk menyampaikan dan mendiskusikan gagasan dengan orang lain.

Tugas tentang penggunaan kalkulator untuk menyelesaikan soal.

Pekerjaan yang menggunakan jenis-jenis tugas yang dibahas.

Tugas yang tepat untuk menggunakan komputer dan internet dalam penyelesaian tugas.

Tugas dan materi yang melampaui cakupan Matematika SMP Kelas VIII yang diharapkan dapat dipelajari sesuai dengan minat peserta didik.

Daftar Isi

Petunjuk Penggunaan Buku Catatan

Buku catatan matematika dipergunakan untuk mencatat kegiatan belajar. Kamu diharapkan menggunakan buku catatan tersebut untuk menuliskan dan merefleksikan pemikiranmu, bagaimana kamu menyelesaikan soal, dan bernalar selama pembelajaran di kelas.

Mari menulis di buku catatanmu.

- Tanggal
- Tugas dan permasalahan
- Gagasan temanku
- Ringkasan
- Tujuan
- Gagasanku
- Hasil pengamatan
- Kesan

Pada bagian 'kesan', mari kita menuliskan rincian berikut ini.

- Apa yang kamu pahami dan apresiasi?
- Apa saja yang kamu pergunakan?
- Apa yang kamu pikirkan dan kamu amati di kelas?
- Apa dan bagaimana kamu melihat gagasan temanmu?
- Apa rencanamu selanjutnya?
- Masalah yang terkait, dugaan, dan masalah yang belum terpecahkan.

○Hari, ○Bulan SMP Kelas VIII, hal. 16-17

Tujuan Perhatikan bagaimana menyederhanakan bentuk suku banyak dengan 2 variabel.

Q Kita ingin membeli 3 apel masing-masing berharga a rupiah, dan 4 jeruk mandarin yang masing-masing berharga b rupiah. Namun, kita tidak memiliki cukup uang, sehingga kita harus mengurangi apel sebanyak 2 dan menambah sebanyak 2 jeruk mandarin. Nyatakan total harga pembelian dengan menggunakan sebuah bentuk aljabar.

Mari berpikir tentang cara menyederhanakan $3a + 4b - 2a + 2b$

Di SMP Kelas VII, kita menyederhanakan bentuk aljabar untuk satu variabel.

Kita menggunakan gagasan yang sama di sini.

Ideku	Ide Temanku
Jika kita bedakan apel dan jeruk mandarin,	Jika kita menyederhanakan suku dengan
Apel ○○○ – ○○	huruf yang sama
Jeruk mandarin ΔΔΔΔ + ΔΔ	

Gunakan warna dan berikan tanda untuk hal yang penting, seperti kotak.

Tuliskan temuan kamu di catatan tambahan.

Buatlah diagram dan tuliskan ekspresi/bentuknya secara jelas.

Ringkasan

Bila kita menyederhanakan bentuk aljabar dua variabel, kita sederhanakan suku-suku sejenis. Kita sebut menyederhanakan suku-suku sejenis.

$3a + 4b - 2a + 2b$
$= (3 - 2)a + (4 + 2)b$
$= a + 6b$

Tuliskan kata-katamu dengan jelas.

Soal 2

(6) $-3x^2 - 7x + 3x^2 + 2x$

~~$= (-3 + 3)x^2 - (7 + 2)x$~~ $= (-3 + 3)x^2 + (-7 + 2)x$

~~$= -9x$~~ $= -5x$

Hati-hati dengan tanda positif dan negatif

Jangan hapus yang salah, tetapi jelaskan kenapa salah dan di mana salahnya.

Kesan

Meskipun bentuk aljabar memiliki dua variabel, kita juga dapat menyederhanakannya dengan sifat distributif yang telah dipelajari di SMP Kelas VII.

Mari Persiapkan Laporan dan Presentasi

Untuk menyampaikan gagasanmu pada orang lain secara meyakinkan, akan sangat bermakna apabila disampaikan tidak hanya secara lisan, tetapi juga dalam bentuk laporan tertulis yang jelas. Mempersiapkan laporan merupakan kesempatan yang bagus untuk menyusun ulang dan merangkum gagasan secara sistematis karena harus dapat dimengerti orang lain. Marilah kita mempersiapkan laporan, kemudian mempresentasikannya. Lihat contoh di halaman 195-199.

Persiapkan laporanmu pada kesempatan-kesempatan berikut ini.

- Rangkumlah materi yang telah dipelajari.
- Rangkumlah kegiatan matematika.

- Rangkumlah diskusi yang berlangsung pada tugas. Diskusi
- Rangkumlah pertanyaan-pertanyaan dan tugas.

Petunjuk Bagaimana Menggunakan Satuan Pengukuran

Buku teks ini menggunakan satuan pengukuran secara umum sebagai berikut.

Panjang dan jarak

mm	milimeter
cm	sentimeter
m	meter
km	kilometer

Luas

cm^2	sentimeter persegi
m^2	meter persegi
km^2	kilometer persegi

Isi (Volume)

cm^3	sentimeter kubik
m^3	meter kubik

Berat

g	gram
kg	kilogram
t	ton

Kapasitas

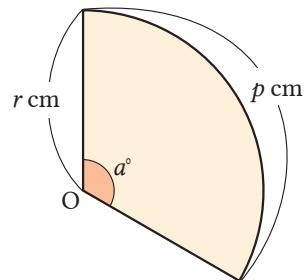
mℓ	milliliter
ℓ	liter

* Huruf untuk menyajikan liter adalah ℓ. Dianjurkan untuk menggunakan ℓ untuk membedakan dengan angka 1 (satu).

Kecepatan

cm/dtk	sentimeter per detik
m/mnt	meter per menit
km/jam	kilometer per jam

* Per '/' menyajikan pembagian: '*a*/*b*' artinya nilai *a* : *b*. 'cm/detik' adalah besaran kecepatan yang merupakan hasil bagi besaran dalam cm dengan besaran dalam detik. Dapat juga disajikan sebagai (cm) : (detik).

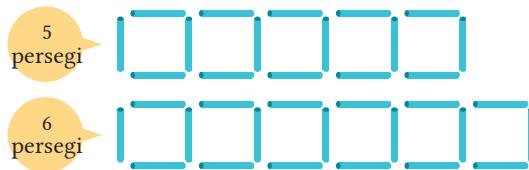
Cara Berpikir Matematis

Berpikir Matematis 1 [Bernalar Analogi]

Menggunakan aturan dan sifat-sifat yang sudah diketahui terhadap situasi yang serupa, tetapi tidak sama persis.

gambar spasial (SMP Kelas VII)

Carilah luas juring pada gambar di samping kanan.

Gunakan apa yang sudah dipelajari tentang luas lingkaran.

① Bagilah lingkaran ke dalam beberapa juring.
② Terapkan rumus mencari luas daerah juring.

Berpikir Matematis 2 [Penalaran Induktif]

Menduga aturan umum dan sifat-sifatnya melalui eksplorasi pada sejumlah contoh konkret yang terbatas.

Bentuk Aljabar (SMP Kelas VII)

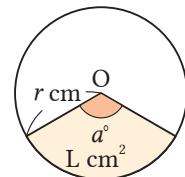
Persegi-persegi dibuat dengan cara menggabungkan sedotan yang berukuran sama. Selidiki hubungan antara banyaknya persegi dan banyaknya sedotan yang digunakan, kemudian tulis bentuk aljabar untuk menentukan banyaknya sedotan yang digunakan bila banyaknya persegi sudah diketahui.

Berpikir Matematis 3 [Penalaran Deduktif]

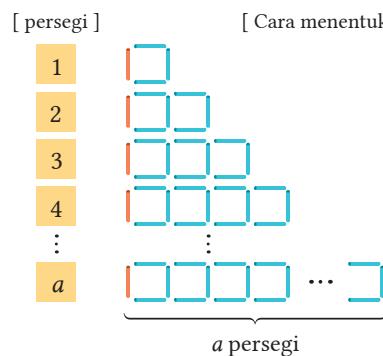
Tuliskan argumentasi berdasarkan aturan dan sifat-sifat yang sudah diketahui dan informasi yang diberikan.

Bidang Datar (SMP Kelas VII)

Bagian dari sebuah cermin tembaga ditemukan dan dipandang sebagai bagian sebuah lingkaran. Prosedur berikut digunakan untuk mengkonstruksi lingkaran mula-mula. Jelaskan mengapa prosedur berikut merupakan cara untuk mengkonstruksi lingkaran mula-mula.

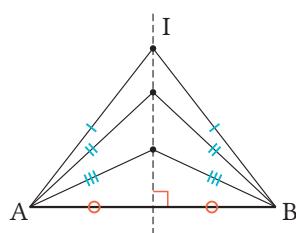
① Ambil tiga titik A, B, dan C pada keliling cermin tembaga.
② Konstruksi garis ℓ, merupakan garis bagi tegak lurus segmen AB.
③ Konstruksi garis m, yaitu garis bagi tegak lurus segmen BC.
④ Gambarlah sebuah lingkaran dengan menggunakan titik potong antara ℓ dan m sebagai titik pusat lingkaran O dan OA sebagai jari-jarinya.

① Untuk menghitung luas lingkaran, bagilah lingkaran ke dalam juring-juring dan susunlah sehingga membentuk persegi panjang.

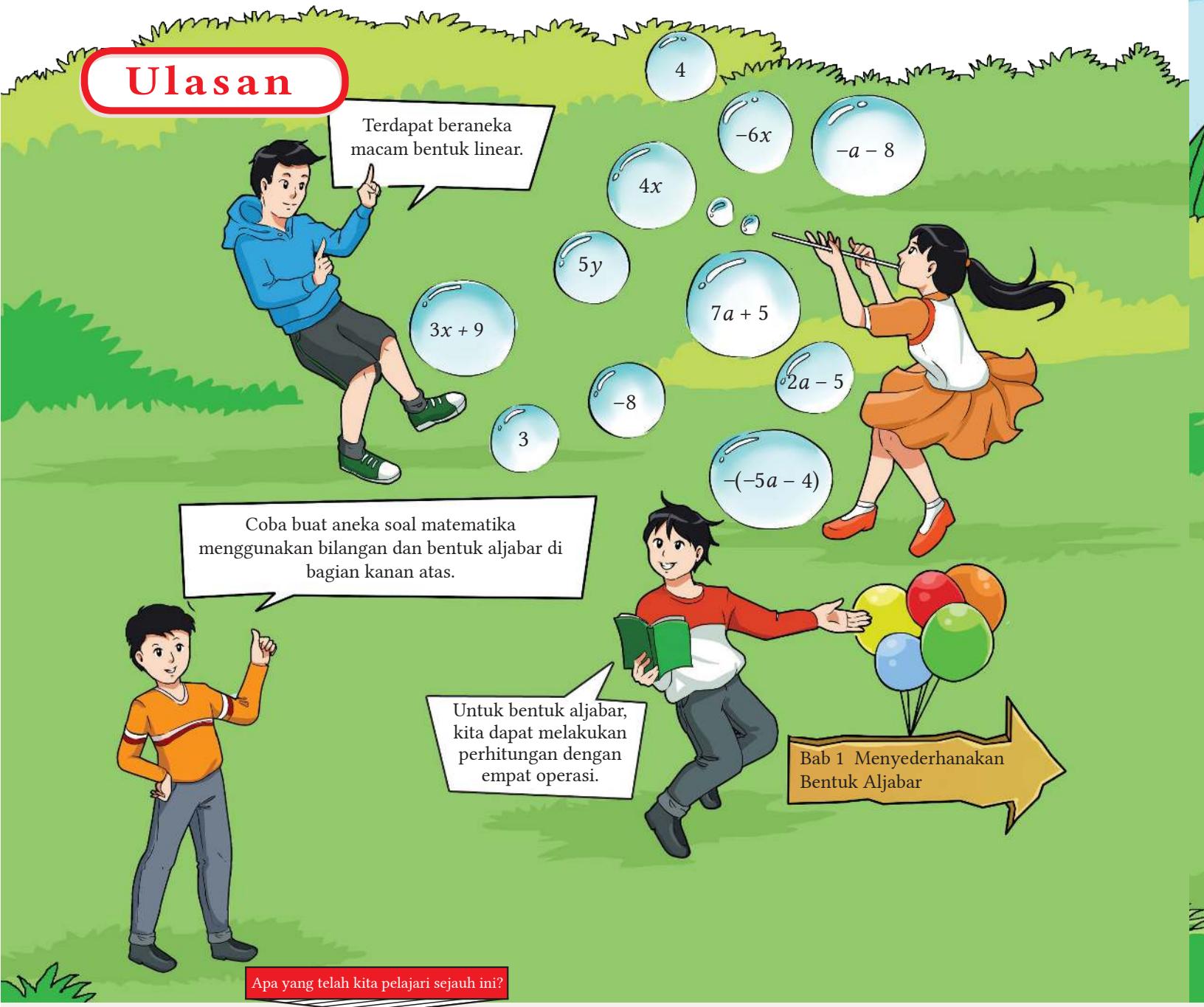
Luas daerah L cm^2 untuk satu juring dengan jari-jari r cm dan panjang busur p cm, adalah

$$L = \frac{1}{2}pr$$

② Pikirkan tentang luas satu juring menggunakan ide ketika memperoleh rumus luas lingkaran dan sudut pusat.

Luas daerah L cm^2 untuk juring, bila diketahui jari-jari r cm dan besar sudut pusatnya a°, adalah

$$L = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

Perhatikan untuk kasus 1 persegi, 2 persegi, 3 persegi, dan seterusnya. Dari urutan kasus tersebut, bentuk aljabar untuk menentukan banyaknya sedotan dapat ditemukan.

Hubungan antara banyaknya persegi dan banyaknya sedotan ditunjukkan pada diagram di samping.

Bentuk aljabar yang dapat digunakan untuk menentukan banyaknya sedotan untuk sebanyak a persegi adalah

$1 + (a \times 3)$

Jelaskan dengan menggunakan sifat-sifat berikut: Titik-titik berjarak sama dari titik A dan B adalah garis bagi tegak lurus segmen AB.

Jika titik O adalah pusat lingkaran dan titik A dan B terletak pada keliling lingkaran O, maka OA = OB, dan titik O terletak pada garis bagi tegak lurus ℓ dari segmen AB. Secara serupa, jika titik B dan C terletak pada keliling lingkaran O, maka O terletak pada garis bagi tegak lurus m pada segmen BC. Perpotongan antara garis ℓ dan m adalah titik O sebab itulah satu-satunya titik yang memiliki jarak yang sama ke titik A, B, dan C. Jadi, lingkaran dapat dikonstruksi dengan titik perpotongan, yaitu titik pusat O dan OA adalah jari-jarinya.

【Bagaimana menulis bentuk-bentuk aljabar】

$3 \times a = 3a$

$b \times a = ab$

$1 \times a = a$

$a \times a \times a = a^3$

$a : 4 = \frac{a}{4}$

【Suku dan Koefisien】

Kita dapat menyatakan $3a - 7$ dengan $3a + (-7)$ dengan menggunakan tanda penjumlahan.

Pada contoh di atas, $3a$ dan -7 dinamakan suku-suku aljabar.

Suku $3a$ memuat sebuah *huruf* atau *variabel*, dan bagian bilangannya dinamakan *koefisien a*.

【Bentuk Linear】

Suatu suku dinyatakan sebagai hasil kali dari sebuah variabel dan sebuah bilangan positif atau negatif disebut suku linear.

Jumlah suatu suku linear dan suku konstan atau bentuk aljabar dengan hanya suatu suku linear dinamakan bentuk linear.

【Nilai dari Bentuk Aljabar】

Mengganti suatu variabel dengan sebuah bilangan dinamakan mensubstitusi nilai pada suatu variabel.

Hasil dari substitusi ini dinamakan nilai dari bentuk aljabar.

【Bentuk Linear】

Meskipun suku-sukunya dipindah ruas dan disusun ulang urutannya, persamaan dengan bentuk

$$ax + b = 0$$

merupakan persamaan linear.

Nilai x yang membuat persamaan menjadi pernyataan yang benar dinamakan penyelesaian atau solusi dari persamaan.

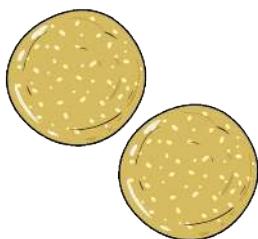
Mencari penyelesaian atau solusi dari suatu persamaan dinamakan menyelesaikan persamaan.

【Sifat-sifat Persamaan】

(1) Jika m ditambahkan ke kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $A + m = B + m$

(2) Jika m dikurangkan dari kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $A - m = B - m$

(3) Jika m dikalikan ke kedua ruas, maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $Am = Bm$

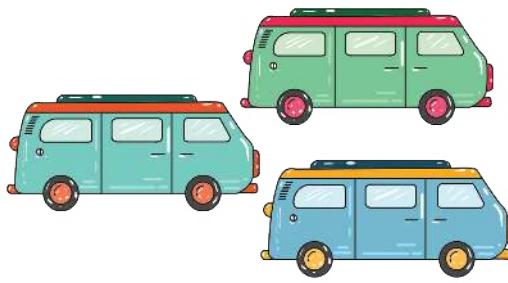
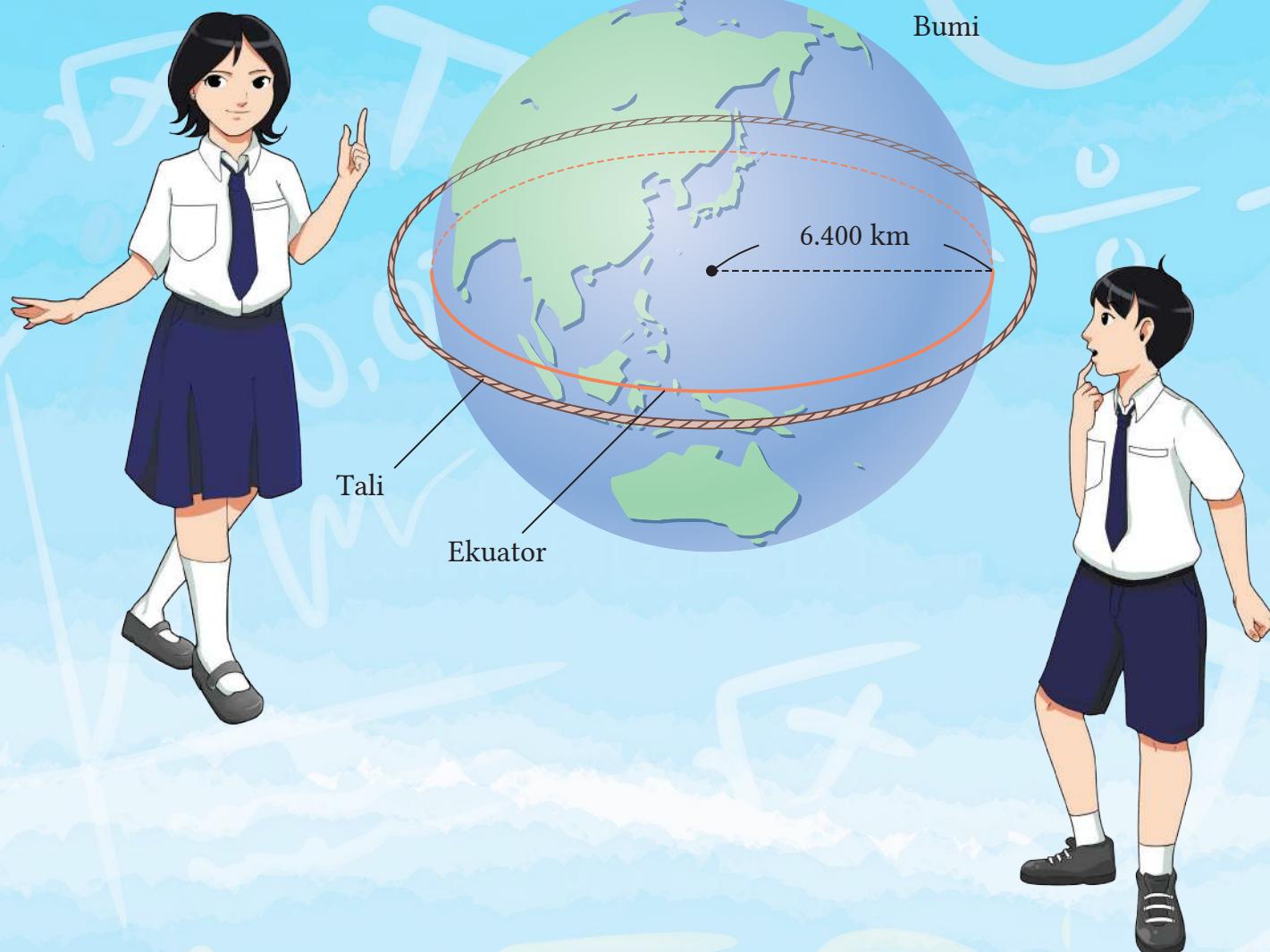
(4) Jika kedua ruas persamaan dibagi m ($m \neq 0$), maka persamaan tetap berlaku benar.
Jika A = B, maka $\frac{A}{m} = \frac{B}{m}$

【Langkah-langkah menggunakan persamaan untuk menyelesaikan masalah di situasi nyata】

(1) Cari hubungan antarkuantitas dalam soal, kemudian nyatakan dengan diagram, tabel, atau persamaan kata-kata.

(2) Tentukan kuantitas mana yang diketahui dan yang tak diketahui serta buatlah persamaan dengan variabel.

(3) Selesaikan persamaan.

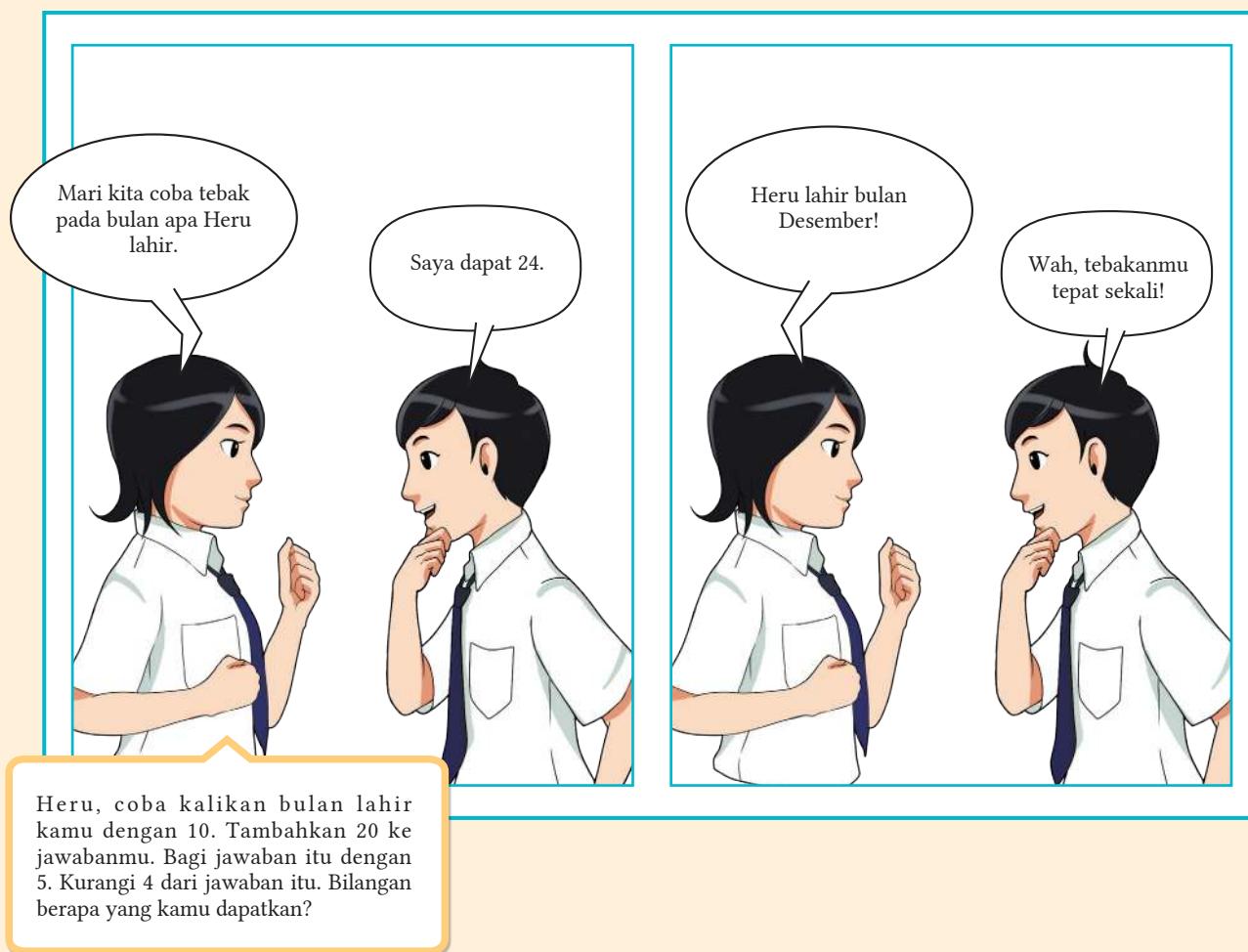
(4) Periksa apakah penyelesaian persamaan telah menyelesaikan permasalahan.

Alam ditulis dalam bahasa Matematika.
(Galileo Galilei)
dan
$2x + 3y$
dan

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-798-6 (jil.2)

Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Bumi

6.400 km

Tali

Ekuator

Dapatkah kamu menebak hari ulang tahunku?

Mari kita coba tebak pada bulan apa Heru lahir.

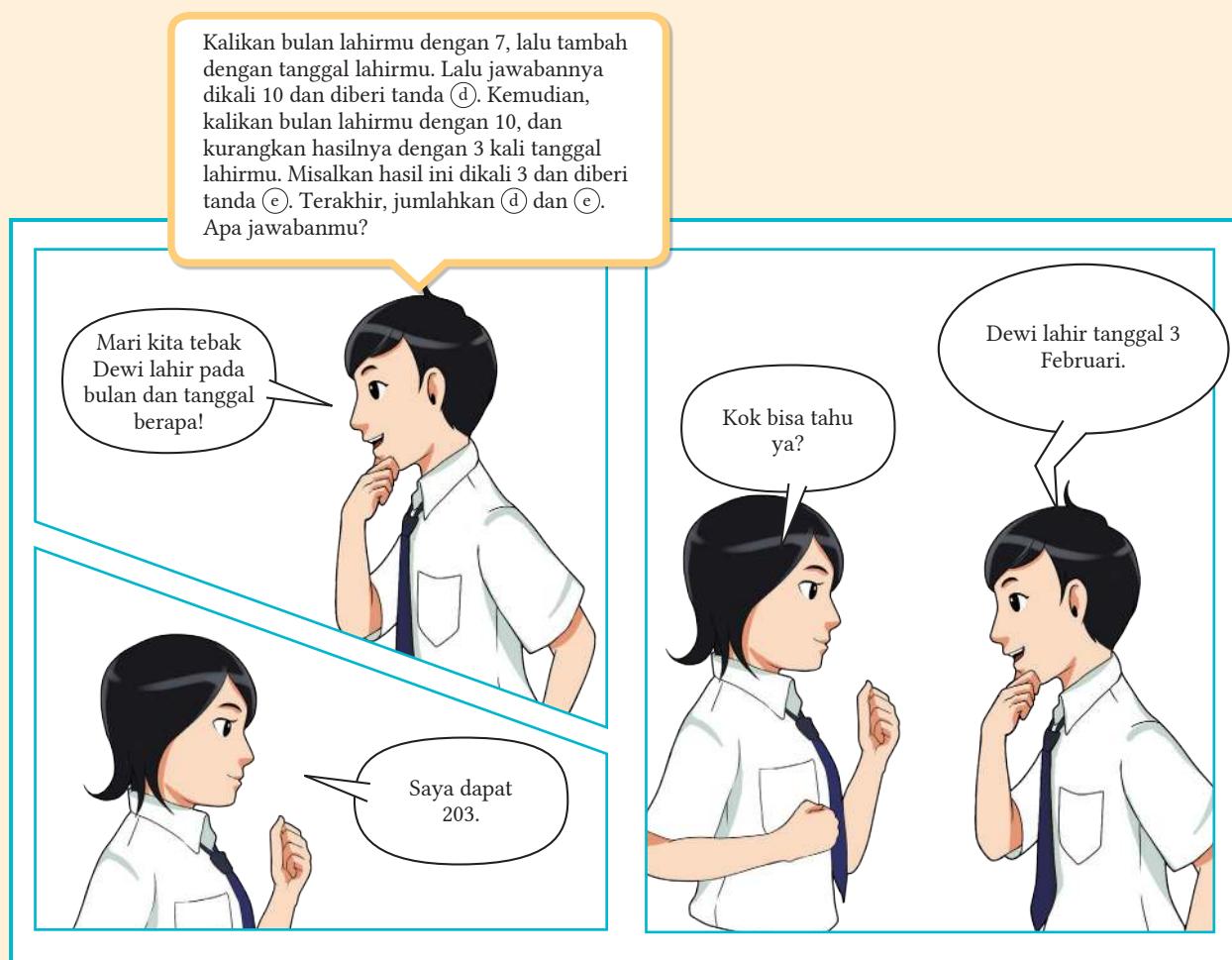
Heru, coba kalikan bulan lahir kamu dengan 10. Tambahkan 20 ke jawabanmu. Bagi jawaban itu dengan 5. Kurangi 4 dari jawaban itu. Bilangan berapa yang kamu dapatkan?

Saya dapat 24.

Heru lahir bulan Desember!

Wah, tebakanmu tepat sekali!

Dalam kuis di atas, mengapa bulan lahir Heru dapat ditebak dengan benar?

Jika Kita misalkan bulan lahir seseorang adalah x.

(1)	Kalikan x dengan 10.	... $10x$
(2)	Tambahkan 20 ke $10x$.	... (a)
(3)	Bagilah (a) dengan 5.	... (b)
(4)	Kurangi (b) oleh 4.	... (c)

2

Misalkan bulan lahir seseorang adalah x dan tanggal lahirnya adalah y, dan pikirkan permainan tebak hari lahir di atas dengan cara yang sama seperti pada bagian 1 di halaman sebelumnya.

Jika Kita misalkan bulan lahir seseorang dengan x dan tanggal lahirnya adalah y.

(1) Tambahkan y pada hasil kali x dan 7.
(2) Misalkan hasil kali (1) dan 10 sebagai (d).
(3) Kurangkan hasil kali x dan 10 oleh perkalian y dan 3.
(4) Misalkan hasil kali (3) dan 3 adalah (e).
(5) Jumlahkan (d) dan (e).

Kita telah belajar tentang bentuk aljabar satu variabel di SMP Kelas VII.

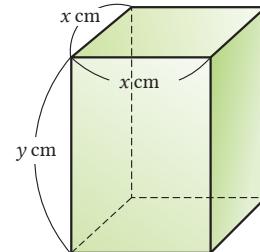
Apakah terdapat perbedaan antara bentuk aljabar satu variabel dengan bentuk aljabar dua variabel?

Hlm.4

1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar

1 Struktur dari Bentuk Aljabar

•Tujuan• Peserta didik dapat mengelompokkan dan menyusun bentuk aljabar.

Bentuk Suku Tunggal (Monom) dan Suku Banyak (Polinom)

Bentuk-bentuk aljabar ⓐ sampai ⓕ berikut menyatakan berbagai ukuran dari prisma tegak di samping.

ⓐ $4x$ ⓑ x^2 ⓒ $2x + 2y$

ⓓ xy ⓔ $2x^2 + 4xy$ ⓕ x^2y

(1) Pikirkan jumlah suku yang dituliskan pada bentuk aljabar (perhatikan satuannya).

(2) Diskusikan bagaimana kita mengelompokkan bentuk aljabar tersebut berdasarkan ciri-cirinya.

Bentuk aljabar dalam bentuk hasil kali antarbilangan atau antarvariabel, seperti $4x$ dan xy pada Q disebut *suku tunggal (monom)*. Variabel atau bilangan suku satu, seperti y dan -6 disebut juga suku tunggal.

Bentuk-bentuk aljabar yang diperoleh dari hasil penjumlahan suku tunggal seperti $10x + 20$ dan $2x + 2y$ disebut *suku banyak (polinom)*. Setiap suku tunggal pada bentuk suku banyak disebut suku dari suku banyak.

Contoh 1 Pada bentuk polinom $x^2 - 4x + 3$, bentuk x^2, $-4x$, dan 3 adalah suku-suku dari bentuk suku banyak ini. Suku dari suku banyak dalam bentuk bilangan saja disebut *konstanta*.

$$x^2 - 4x + 3$$
$$= x^2 + (-4x) + 3$$

suku

suku konstanta

Soal 1 Kelompokkan bentuk aljabar di ⓑ, ⓔ, dan ⓕ dari Q ke dalam bentuk suku tunggal dan bentuk suku banyak.

Soal 2 Tentukan suku-suku dari suku banyak berikut ini.

(1) $5a + 1$ (2) $7x - 8y$ (3) $4x^2 + 7x - 9$

Derajat dari Bentuk Aljabar

Nyatakan tiap bentuk suku tunggal berikut dengan menggunakan tanda perkalian (×).

(1) $2x$ (2) $-3x^2$ (3) $5x^2y$

Banyaknya variabel yang dikalikan dalam suatu bentuk suku tunggal disebut *derajat* dari suku tunggal tersebut. Jika suku tunggal hanya memiliki satu variabel, maka konsep derajat sama dengan pangkat. Hati-hati jika variabelnya lebih dari satu.

Contoh 2 Derajat dari bentuk suku tunggal pada bentuk (1) sampai (3) dari Q adalah sebagai berikut.

(1) $2x$ ... Berderajat 1

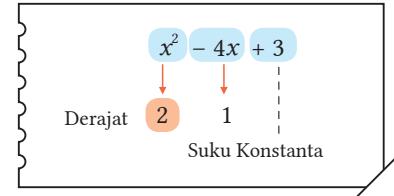
(2) $-3x^2$ ... Berderajat 2

(3) $5x^2y$ ... Berderajat 3

(1) $2x = 2 \times x$

(2) $-3x^2 = -3 \times x \times x$

(3) $5x^2y = 5 \times x \times x \times y$

Soal 3 Tentukan derajat dari bentuk suku tunggal berikut.

(1) $-6a$ (2) x^2 (3) $\frac{1}{2}ab$ (4) $-xy^2$

Derajat dari bentuk suku banyak adalah derajat paling tinggi dari suku-suku bentuk suku banyak.

Catatan Kita dapat membandingkan derajat dari bentuk suku tunggal pada soal 3 (1), (2), (3), dan (4) menggunakan istilah "lebih dari" atau "kurang dari", contohnya apakah derajatnya bentuk suku tunggal (1) lebih dari atau kurang dari derajatnya bentuk suku tunggal (2)?

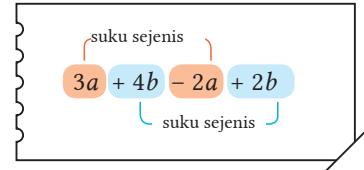
Contoh 3 Pada bentuk suku banyak $x^2 - 4x + 3$, suku dengan derajat tertinggi adalah x^2.

Suatu bentuk aljabar berderajat 1 disebut *bentuk linear*, bentuk aljabar berderajat 2 yang hanya memiliki satu variabel disebut *bentuk kuadrat*, dan seterusnya.

Soal 4 Berapakah derajat dari setiap bentuk aljabar ⓐ sampai ⓕ dari Q pada halaman sebelumnya?

Hlm.6

2 Penyederhanaan Bentuk Suku Banyak

• Tujuan • Peserta didik dapat menyederhanakan bentuk suku banyak dengan dua variabel.

Suku-Suku Sejenis

Saya ingin membeli 3 apel dengan harga masing-masing a rupiah, dan 4 donat dengan harga masing-masing b rupiah. Namun, saya tidak memiliki uang yang cukup sehingga saya mengurangi 2 apel dan menambah 2 donat. Nyatakan harga total dari pembelian ini dengan menggunakan sebuah bentuk aljabar.

Suku-suku yang memiliki variabel yang sama dalam suatu bentuk aljabar, seperti $3a$ dan $-2a$, atau $4b$ dan $2b$ dalam bentuk polinom disebut *suku-suku sejenis*.

Soal 1

Tentukan suku sejenis pada setiap bentuk suku banyak berikut.

(1) $3x - 4y - 7x + 2y$ (2) $a - 6b - 9b + 3a$

Suku-suku sejenis dapat disederhanakan ke dalam satu suku dengan menggunakan sifat distributif.

$$ma + na = (m + n)a$$

Contoh 1

(1)
$$2x + 8y - 6x + y$$
$$= 2x - 6x + 8y + y$$
$$= (2 - 6)x + (8 + 1)y$$
$$= -4x + 9y$$

Ubah urutan suku-suku

Sederhanakan suku sejenis

(2)
$$4a^2 - 7a + 6a + 3a^2$$
$$= 4a^2 + 3a^2 - 7a + 6a$$
$$= (4 + 3)a^2 + (-7 + 6)a$$
$$= 7a^2 - a$$

Catatan Derajat a^2 dan a berbeda sehingga keduanya bukan suku sejenis.

Soal 2

Sederhanakan suku-suku sejenis untuk tiap suku banyak berikut.

(1) $5x + 2y - 3x + y$ (2) $-7a + 2b + 6b - 2a$

(3) $a - 4b + 7 - 3a + 8b$ (4) $4x^2 + 3x^2$

(5) $x^2 + 9x - 8x^2 - x$ (6) $-3x^2 - 7x + 3x^2 + 2x$

(7) $2x^2 - 6x - 2 - 3x$ (8) $x^2 - 8x + 4 - 3x^2 + 8x$

Penjumlahan Bentuk Suku Banyak

Dengan mengingat pelajaran SMP Kelas VII, bagaimana kamu menyederhanakan bentuk aljabar seperti $(2x + 4) + (x - 2)$?

Contoh 2

Tentukan hasil penjumlahan dari $x - 2y$ dan $-3x + 5y$.

Penyelesaian

$$(x - 2y) + (-3x + 5y)$$
$$= x - 2y - 3x + 5y$$
$$= x - 3x - 2y + 5y$$
$$= -2x + 3y$$

Jawaban: $-2x + 3y$

Dalam penjumlahan bersusun, luruskan posisi suku-suku sejenis.

Penjumlahan bentuk-bentuk suku banyak dapat disederhanakan dengan menggabungkan suku sejenis dengan cara menjumlahkan koefisiennya.

Berpikir Matematis

Kamu dapat berpikir bahwa perhitungan bentuk-bentuk suku banyak sama seperti perhitungan bentuk-bentuk aljabar seperti di SMP kelas VII.

Soal 3

Tentukan hasil penjumlahan untuk setiap pasangan bentuk aljabar berikut.

(1) $6a + 4b$ dan $3a + b$ (2) $2x^2 + 6x$ dan $x^2 - 9x$

Soal 4

Sederhanakanlah.

(1) $(a + 7b) + (4a - 3b)$ (2) $(-6x^2 + 5x - 7) + (3x^2 - 5x)$

(3)
$$\begin{array}{r} 4x - y \\ 2x + 3y \\ \hline \end{array} +$$

(4)
$$\begin{array}{r} 3x - y - 5 \\ -2x - 4y + 3 \\ \hline \end{array} +$$

Pengurangan Bentuk Suku Banyak

Isilah $\square$ di samping kanan dengan menggunakan tanda yang tepat. Tentukan hasil dari perhitungan yang dilakukan.

$(3x + 1) - (2x - 5)$
$= (3x + 1) + (\square\, 2x \,\square\, 5)$
$= 3x + 1 \,\square\, 2x \,\square\, 5$

Contoh 3 Tentukan hasil dari $5x - 4y$ dikurangi $3x - 7y$.

Penyelesaian

$(5x - 4y) - (3x - 7y)$
$= (5x - 4y) + (-3x + 7y)$
$= 5x - 4y - 3x + 7y$
$= 2x + 3y$

Dalam pengurangan, pastikan menggunakan tanda kurung.

Jawab: $2x + 3y$

$$\begin{array}{r} 5x - 4y \\ 3x - 7y \\ \hline \end{array} -$$

$\downarrow$

$$\begin{array}{r} 5x - 4y \\ -3x + 7y \\ \hline 2x + 3y \end{array} +$$

Pengurangan bentuk suku banyak dilakukan dengan cara mengubah tanda pada suku-suku pengurang dan menambahkannya ke suku yang akan dikurangi.

Soal 5 Untuk setiap dua bentuk aljabar berikut, tentukanlah hasil pengurangan bentuk aljabar sebelah kiri oleh bentuk aljabar sebelah kanan.

(1) $6a + 4b,\ 3a + b$ (2) $2x^2 + 6x,\ x^2 - 9x$

Soal 6 Sederhanakanlah.

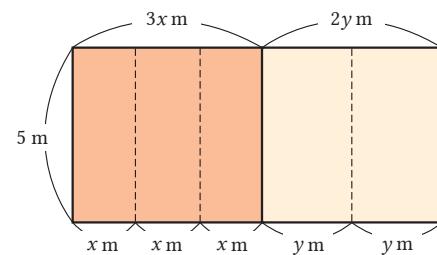
(1) $(4a - 2b) - (a + 5b)$ (2) $(x^2 + 3x + 7) - (-6x^2 - 2x + 5)$

(3) $\begin{array}{r} 8x + 7y \\ x - 2y \\ \hline \end{array} -$ (4) $\begin{array}{r} x + 4y - 1 \\ 2x + 6 \\ \hline \end{array} -$

Soal 7 Diskusi

Deni melihat catatan adik perempuannya yang duduk di bangku SMP Kelas VII. Tunjukkan di mana salahnya dan beri penjelasan.

Kita dapat melakukan penjumlahan dan pengurangan bentuk-bentuk suku banyak dengan dua variabel sama seperti ketika di SMP Kelas VII.

Dapatkah kita melakukan perhitungan $5(3x + 2y)$ dengan cara yang sama seperti saat SMP Kelas VII? Hlm.9

Peserta didik dapat melakukan perkalian dan pembagian bentuk suku banyak dengan suatu bilangan.

Perkalian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan

Terdapat sebuah sketsa tanah berbentuk persegi panjang seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan. Nyatakan total luas dari tanah ini dalam sebuah bentuk aljabar.

Contoh 4

$5(3x + 2y)$
$= 5 \times 3x + 5 \times 2y$
$= 15x + 10y$

Ulasan

Sifat Distributif
$a(b + c) = ab + ac$
$(b + c)a = ab + ac$

SMP Kelas VII

Dalam melakukan perkalian bentuk suku banyak dan bilangan, secara sederhana gunakanlah sifat distributif untuk menghilangkan tanda kurung.

Soal 8

Sederhanakanlah.

(1) $3(x + 5y)$ (2) $-4(-2a + b)$ (3) $(7a - 4b) \times 5$

(4) $6(5x - 2y + 1)$ (5) $(3a + 4b - 5) \times (-2)$ (6) $\frac{1}{4}(-8x - 2y)$

Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan

Contoh 5

$(9x + 15y) : 3$
$= (9x + 15y) \times \frac{1}{3}$
$= 9x \times \frac{1}{3} + 15y \times \frac{1}{3}$
$= 3x + 5y$

Kali dengan kebalikan pembagi.

$= \frac{\overset{3}{\cancel{9x}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} + \frac{\overset{5}{\cancel{15y}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 3x + 5y$

Dalam melakukan pembagian bentuk suku banyak dengan bilangan, secara sederhana ubahlah bentuknya ke dalam perkalian.

Soal 9

Sederhanakanlah.

(1) $(10x - 25y) : 5$ (2) $(-12a + 6b) : (-3)$

Cobalah
Hlm.15
Penguatan 1-2

Berbagai Macam Hitungan

Contoh 6

$$4(3x + 2y) - 3(5x - y)$$
$$= 12x + 8y - 15x + 3y$$
$$= -3x + 11y$$

Ketika menghilangkan tanda kurung, hati-hati dengan tandanya.

Soal 10

Sederhanakan.

(1) $2(a + 2b) + 3(2a - b)$

(2) $-3(4x - 5y) + 6(2x - 3y)$

(3) $3(a - 2b) - 2(a + 5b)$

(4) $7(x - 2y + 1) - 4(-3y + 2)$

Contoh 7

Metode 1

$$\frac{x + 2y}{2} - \frac{x - y}{3}$$

Samakan penyebutnya

$$= \frac{3(x + 2y)}{6} - \frac{2(x - y)}{6}$$

Gabungkan dalam satu pecahan

$$= \frac{3(x + 2y) - 2(x - y)}{6}$$

Buka tanda kurung pada pembilang

$$= \frac{3x + 6y - 2x + 2y}{6}$$

Gabung suku-suku sejenis

$$= \frac{x + 8y}{6}$$

Metode 2

$$\frac{x + 2y}{2} - \frac{x - y}{3}$$

Ubah dalam bentuk pembilang × bentuk polinom

$$= \frac{1}{2}(x + 2y) - \frac{1}{3}(x - y)$$

Buka tanda kurung

$$= \frac{1}{2}x + y - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y$$

Susun ulang suku-suku, samakan penyebutnya

$$= \frac{3}{6}x - \frac{2}{6}x + \frac{3}{3}y + \frac{1}{3}y$$

Gabung suku-suku sejenis

$$= \frac{1}{6}x + \frac{4}{3}y$$

Soal 11

Hitunglah.

(1) $\frac{x + 3y}{4} + \frac{3x - y}{6}$

(2) $\frac{x - y}{4} - \frac{2x + y}{8}$

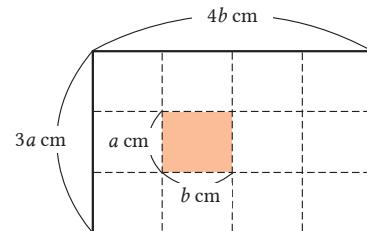
(3) $\frac{1}{9}(5x + 3y) - \frac{1}{3}(x - y)$

(4) $x + y - \frac{4x - 2y}{5}$

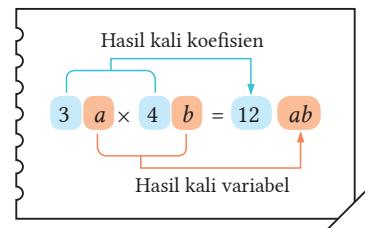
Cobalah

Hlm.15 Penguatan 1-3

Dalam perkalian dan pembagian bentuk polinom dengan bilangan, kita dapat menggunakan sifat distributif yang dipelajari di SMP Kelas VII.

Mari kita pikirkan perkalian dan pembagian bentuk suku tunggal.

3 Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Tunggal

Peserta didik dapat melakukan perkalian dan pembagian bentuk suku tunggal yang memuat variabel.

Perkalian Bentuk Suku Tunggal yang Memuat Variabel

Lembaran kertas-kertas berwarna dengan panjang a cm dan lebar b cm seperti ubin, dijadikan suatu tikar berbentuk persegi panjang dengan panjang $3a$ cm dan lebar $4b$ cm. Berapa lembar kertas berwarna yang diperlukan? Berapa total luas daerah tikar tersebut?

Contoh 1

$3a \times 4b$
$= (3 \times a) \times (4 \times b)$
$= 3 \times 4 \times a \times b$
$= 12ab$

Dalam perkalian bentuk-bentuk suku tunggal yang memuat variabel, tentukanlah hasil perkalian koefisien-koefisien dan hasil perkalian variabel-variabelnya, lalu sederhanakan hasilnya.

Soal 1

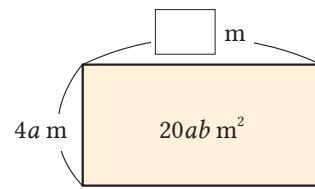
Sederhanakanlah.

(1) $5a \times 2b$ (2) $(-6x) \times 3y$ (3) $(-x) \times (-7y)$

(4) $0,4x \times (-5y)$ (5) $8a \times \frac{1}{4}b$ (6) $(-\frac{2}{3}x) \times (-9y)$

Contoh 2

(1) $3a^2 \times 2a$
$= (3 \times a \times a) \times (2 \times a)$
$= 3 \times 2 \times a \times a \times a$
$= 6a^3$

(2) $(-5x)^2$
$= (-5x) \times (-5x)$
$= (-5) \times (-5) \times x \times x$
$= 25x^2$

Soal 2

Sederhanakanlah.

(1) $a^3 \times a^2$ (2) $2a^2 \times 4a$ (3) $(3x)^2$

(4) $(-4a)^2$ (5) $(-6xy) \times 2y$ (6) $8x \times (-x)^2$

Pembagian Bentuk Suku Tunggal yang Memuat Variabel

Sketsa tanah berbentuk persegi panjang memiliki panjang $4a$ m dan luas daerah $20ab$ m^2. Berapakah lebarnya?

Contoh 3

(1) $20ab : 4a$

$= \dfrac{20ab}{4a}$

$= \dfrac{\overset{5}{\cancel{20}} \times \overset{1}{\cancel{a}} \times b}{\underset{1}{\cancel{4}} \times \underset{1}{\cancel{a}}}$

$= 5b$

(2) $(-4x^2) : \dfrac{1}{2}x$

$= (-4x^2) : \dfrac{x}{2}$

$= (-4x^2) \times \dfrac{2}{x}$

$= \dfrac{-4 \times \overset{1}{\cancel{x}} \times x \times 2}{\underset{1}{\cancel{x}}}$

$= -8x$

Soal 3

Sederhanakanlah.

(1) $12xy : 6y$ (2) $(-9ab) : 3b$ (3) $a^3 : a^2$

(4) $10x^2y : (-2xy)$ (5) $(9x^2) : \dfrac{3}{5}x$ (6) $4ab : \left(-\dfrac{2}{3}b\right)$

Hitungan Melibatkan Kombinasi Perkalian dan Pembagian

Contoh 4

$4y^2 : 6xy \times 12x$

$= 4y^2 \times \dfrac{1}{6xy} \times 12x$

$= \dfrac{4y^2 \times 12x}{6xy}$

$= 8y$

$$\frac{4 \times \overset{1}{\cancel{y}} \times y \times \overset{2}{\cancel{12}} \times \overset{1}{\cancel{x}}}{\underset{1}{\cancel{6}} \times \underset{1}{\cancel{x}} \times \underset{1}{\cancel{y}}} = 8y$$

Soal 4

Sederhanakanlah.

(1) $3x^2 \times 4y : 2xy$ (2) $x^3 : 2x^2 \times 8x$

(3) $12a^2b \times (-3ab) : 9ab^2$ (4) $27a^2 : (-3a)^2$

Cobalah

Hlm.15 Penguatan 1-4

Ketika menentukan nilai dari suatu bentuk aljabar, dapatkah kita menggunakan perhitungan bentuk aljabar yang dipelajari di SMP Kelas VII?

Hlm.13

Dalam situasi apa kita dapat menggunakan bentuk-bentuk aljabar yang sudah pernah kita pelajari?

Hlm.16, 21

4 Nilai dari Bentuk Aljabar

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan nilai dari bentuk aljabar.

Nilai dari Bentuk Aljabar

Terkait permasalahan matematika seperti berikut, Heru dan Dewi memperoleh jawaban dengan cara yang ditunjukkan di bawah ini.

Jika $x = -5$ dan $y = 4$, tentukanlah nilai dari $7x - (6x - 2y)$.

Cara Heru

$7x - (6x - 2y)$
$= 7 \times (-5) - (6 \times (-5) - 2 \times 4)$
$= -35 - (-30 - 8)$
$= -35 - (-38)$
$= -35 + 38$
$= 3$

Cara Dewi

$7x - (6x - 2y)$
$= 7x - 6x + 2y$
$= x + 2y$
$= (-5) + 2 \times 4$
$= -5 + 8$
$= 3$

Jelaskan alasan untuk setiap cara yang digunakan di atas!

Ketika menentukan nilai dari bentuk aljabar, menyederhanakan bentuk aljabar sebelum bilangannya disubstitusikan akan memudahkan hitungan.

Soal 1 Jika $x = 5$ dan $y = -3$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $4(x - 2y) - (2x - 9y)$ (2) $-2x + y - 3(x + 2y)$

Soal 2 Jika $x = -2$ dan $y = \frac{1}{3}$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $2(3x - 6y) + 3(5y - 2x)$

(2) $(-12x^2y) : (-4x)$

Cobalah

Hlm.15 Penguatan 1-5

Mari Kita Periksa

1

Bentuk Suku Tunggal dan Suku Banyak [Hlm.4] S 1 Cth. 1
[Hlm.5] Cth. 3

Jawablah untuk bentuk aljabar ⓐ sampai ⓓ.

ⓐ $\frac{2}{3}x$ ⓑ $5x - 4y$ ⓒ $-8x^2$ ⓓ $x^2 - 5x + 2$

(1) Kelompokkan bentuk aljabar di atas ke dalam bentuk suku tunggal atau suku banyak.

(2) Tentukan suku-suku pada bentuk aljabar ⓓ.

(3) Tentukan derajat dari setiap bentuk aljabar tersebut.

2

Suku-Suku Sejenis [Hlm.6] Cth. 1
Penjumlahan Bentuk Suku Banyak [Hlm.7] Cth. 2
Pengurangan Bentuk Suku Banyak [Hlm.8] Cth. 3

Sederhanakanlah.

(1) $3x - 7y + x + 4y$ (2) $2a^2 - 7a + 5 + 6a^2 - 1$

(3) $(-5x + 6y) + (9x - 8y)$ (4) $(x - 3y) - (-2x + 5y)$

3

Perkalian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan [Hlm.9] Cth. 4
Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan [Hlm.9] Cth. 5
Berbagai Macam Hitungan [Hlm.10] Cth. 6

Sederhanakanlah.

(1) $-3(4x - y + 7)$ (2) $(18a - 10b) : 2$

(3) $5(-2a + 4b) + 3(4a - 7b)$ (4) $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$

4

Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Tunggal [Hlm.11] Cth. 1,2
[Hlm.12] Cth. 3,4

Sederhanakanlah.

(1) $(-2a) \times 9b$ (2) $3a \times 5a^2$

(3) $(-6x)^2$ (4) $8ab : 4a$

(5) $6x^2 : \frac{2}{5}x$ (6) $12xy : (-6x) \times 2y$

5

Nilai dari Bentuk Aljabar [Hlm.13] S 1

Jika $x = -2$ dan $y = 3$, carilah nilai dari bentuk aljabar berikut.

(1) $(x + 7y) + (4x - 3y)$

(2) $4x^2 \times xy : (-2x)$

Penguatan

→ Menyederhanakan Bentuk Aljabar

Gunakan materi yang sudah dipelajari baik saat belajar maupun saat berlatih.

1 Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Suku Banyak

(1) $2x + 3y + 7x + 5y$

(2) $-4a + 8b - 2a - 5b$

(3) $5a^2 + a^2$

(4) $3x^2 - 6x + 1 - 2x^2 + 4x$

(5) $(7a + b) + (-9a + 8b)$

(6) $(-3x^2 - 4x) + (5x^2 - x)$

(7) $(8x - 6y) - (2x + 4y)$

(8) $(-x^2 + 9x + 6) - (7x^2 - 5x + 8)$

(9)
$$\begin{array}{r} 2x - 6y - 5 \\ 3x + 2y - 4 \\ \hline \end{array} +$$

(10)
$$\begin{array}{r} -5x + 8y \\ 4x - 7y \\ \hline \end{array} -$$

2 Perkalian dan Pembagian Bentuk Suku Banyak dengan Bilangan

(1) $2(6a - 5b + 1)$

(2) $(9x - 4y) \times (-3)$

(3) $(20a + 16b) : 4$

(4) $\dfrac{8x + 12y}{-2}$

3 Aneka Hitungan

(1) $3(a + 2b) + 6(a - b)$

(2) $-(5x - y) + 4(3x - y)$

(3) $2(4x + y) - 7x$

(4) $8a - 5b - 3(a - 4b)$

(5) $4(2x - y) - 2(x - y + 1)$

(6) $\dfrac{1}{4}(a - 3b) - \dfrac{1}{6}(2a - 3b)$

(7) $\dfrac{2a - b}{6} + \dfrac{a + b}{8}$

(8) $\dfrac{4x - y}{3} - \dfrac{x - 3y}{2}$

(9) $x - \dfrac{x + 5y}{2}$

4 Perkalian dan Pembagian Bentuk-Bentuk Suku Tunggal

(1) $9a \times (-5b)$

(2) $12x \times \dfrac{5}{6}y$

(3) $3x^2 \times 7x$

(4) $(-7a)^2$

(5) $4a \times (-ab)$

(6) $(-18xy) : (-9x)$

(7) $x^3 : x$

(8) $6x^2 : \dfrac{3}{4}x$

(9) $x^2 \times 4x : 8xy$

(10) $15a^2b : (-6ab^2) \times 2ab$

5 Nilai dari Bentuk-Bentuk Aljabar

(1) Jika $a = -3$ dan $b = 8$, carilah nilai dari $a^2 - b$.

(2) Jika $x = 2$ dan $y = -5$, carilah nilai dari $8x^2y^3 : 4xy^2$.

(3) Jika $a = \dfrac{1}{2}$ dan $b = -1$, carilah nilai dari $(3a + b) - (a + 4b)$.

Jawaban Hlm.229

2 Menggunakan Bentuk Aljabar

1 Penjelasan Menggunakan Bentuk Aljabar

Tujuan Peserta didik dapat menjelaskan sifat-sifat bilangan dan gambar geometri menggunakan bentuk aljabar.

Diskusi

Tentukan jumlah dari tiga bilangan bulat berurutan, seperti 6, 7, dan 8. Diskusikan sifat-sifat apakah yang dimiliki oleh penjumlahan tiga bilangan tersebut.

$6 + 7 + 8 = \square$

$10 + 11 + 12 = \square$

$23 + 24 + 25 = \square$

Berpikir Matematis

Dengan menggunakan bilangan-bilangan tertentu, apa yang dapat kamu amati dari penjumlahan tiga bilangan bulat berurutan?

Terkait sifat yang ditemukan dalam Q, kita tidak dapat memeriksa apakah sifat tersebut berlaku untuk semua bilangan dengan hanya melakukan perhitungan terhadap bilangan-bilangan tertentu. Dalam hal ini, dengan menggunakan bentuk aljabar, kita dapat membuktikan bahwa sifat tersebut berlaku untuk semua bilangan.

Contoh 1 Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar, mengapa jumlah dari tiga bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3.

Berpikir Matematis

Jumlah 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3 dapat dijelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar.

Cara Nyatakan 3 bilangan bulat berurutan dengan menggunakan sebuah variabel dan tunjukkan bahwa jumlahnya berupa 3 × (bilangan bulat).

Penyelesaian

Jika kita misalkan bilangan terkecil adalah n, maka 3 bilangan bulat berurutan dapat dinyatakan dengan n, $n + 1$, $n + 2$. Jumlah ketiganya adalah

$$n + (n + 1) + (n + 2)$$
$$= 3n + 3$$
$$= 3(n + 1)$$

$n + 1$ adalah bilangan bulat, sehingga $3(n + 1)$ merupakan kelipatan 3. Dengan demikian, jumlah dari 3 bilangan bulat berurutan adalah kelipatan 3.

Catatan Ketika kita berbicara tentang kelipatan sebuah bilangan, kelipatan dengan 0 atau bilangan negatif juga diperhitungkan sebagai kelipatan bilangan tersebut.

Dari penyelesaian Contoh 1 pada halaman sebelumnya, apa lagi yang dapat kita ketahui tentang jumlah dari 3 bilangan bulat berurutan selain kelipatan 3?

Jelaskan Contoh 1 pada halaman sebelumnya dengan memisalkan n sebagai bilangan yang di tengah.

Pertama diberikan suatu bilangan asli dua digit. Bilangan kedua diperoleh dari bilangan pertama, tetapi dengan menukar letak digit satuan dengan digit puluhannya. Jumlah kedua bilangan tersebut merupakan kelipatan bilangan tertentu. Periksa kelipatan berapakah hasil penjumlahannya.

$21 + 12 = \square$

$35 + 53 = \square$

$47 + 74 = \square$

$\square + \square = \square$

$\square + \square = \square$

Untuk suatu bilangan asli dua digit, dengan memisalkan a sebagai digit puluhan dan b sebagai digit satuan maka bilangan tersebut dapat dinyatakan sebagai $10a + b$.

$36 = 10 \times 3 + 1 \times 6$

$74 = 10 \times 7 + 1 \times 4$

$10 \times a + 1 \times b$

Contoh 2

Jelaskan mengapa jumlah dari suatu bilangan asli dua digit dan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan digit satuan pada bilangan pertama merupakan kelipatan 11.

Penyelesaian

Jika kita misalkan digit satuan dari bilangan dua digit adalah a dan digit puluhannya adalah b, maka

Bilangan mula-mula adalah $10a + b$.

Bilangan kedua hasil penukaran digit adalah $10b + a$.

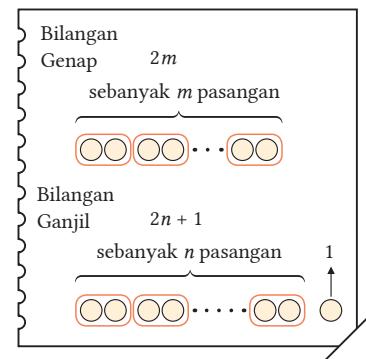
Jumlah kedua bilangan tersebut adalah

$$(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b$$

$$= 11(a + b)$$

Karena $a + b$ adalah bilangan bulat, maka $11(a + b)$ adalah kelipatan 11.

Oleh karena itu, jumlah dari suatu bilangan asli dua digit dan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama merupakan kelipatan 11.

Soal 3

Apa yang dapat kita katakan tentang selisih antara suatu bilangan asli dua digit dengan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama? Jelaskan menggunakan bentuk aljabar.

Dari jumlah pasangan bilangan berikut, mana yang menghasilkan bilangan ganjil dan mana yang menghasilkan bilangan genap?

(1) (Ganjil) + (Genap) (2) (Genap) + (Genap) (3) (Ganjil) + (Ganjil)

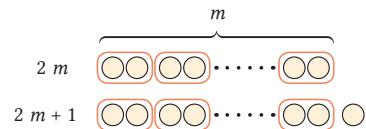
Bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 2. Dengan kata lain, bilangan genap merupakan kelipatan 2. Oleh karena itu, jika kita misalkan m adalah bilangan bulat, maka bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$. Bilangan ganjil tidak habis dibagi 2. Dengan kata lain, bilangan ganjil selalu lebih besar satu dari suatu bilangan genap. Oleh karena itu, jika kita misalkan n adalah bilangan bulat, maka bilangan ganjil dapat dinyatakan dengan $2n + 1$.

Dengan menggunakan ini, pikirkan kembali Q.

1 Dewi menjelaskan mengapa jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan ganjil seperti berikut ini.

Jika kita menjumlahkan bilangan ganjil $2n + 1$ ke bilangan genap $2m$, maka kita memperoleh dua pasangan sebanyak $(m + n)$ dan tersisa 1 lingkaran yang tidak berpasangan, seperti terlihat pada gambar di kanan. Oleh karena itu, jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil.

Dengan menggunakan Cara Dewi, jelaskan hasil (2) dan (3) pada Q.

Heru menjelaskan mengapa jumlah dari bilangan genap dan bilangan ganjil adalah bilangan ganjil dengan menggunakan bentuk aljabar seperti berikut. Lengkapi penjelasan Heru dengan mengisi ☐ dengan bentuk aljabar atau kata-kata yang tepat.

Jika kita misalkan m dan n adalah bilangan-bilangan bulat, maka bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$, dan bilangan ganjil dapat dinyatakan dengan $2n + 1$. Jumlah bilangan genap dan bilangan ganjil adalah

$2m + (2n + 1)$

$= 2m + 2n + 1$

$= 2($ ☐ $) + 1$

Karena ☐ bilangan bulat, maka ☐ adalah bilangan ganjil.

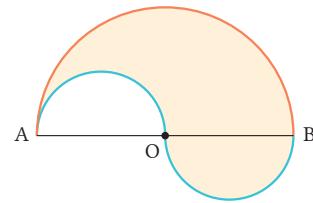
Oleh karena itu, ☐ .

3 Asep menjelaskan 1 dan 2 di atas, dengan memisalkan bilangan genap sebagai $2m$ dan bilangan ganjil dengan $2m + 1$. Jelaskan apakah cara Asep itu benar atau tidak.

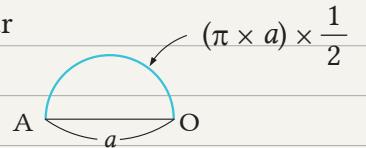
4 Dengan menggunakan bentuk aljabar, tuliskan penjelasan (2) dan (3) pada Q di halaman sebelumnya. Coba jelaskan kepada temanmu dengan cara tersebut.

5 Dengan meninjau kembali apa yang telah kamu pelajari hingga saat ini, buatlah kesimpulan terhadap tiap pertanyaan berikut.

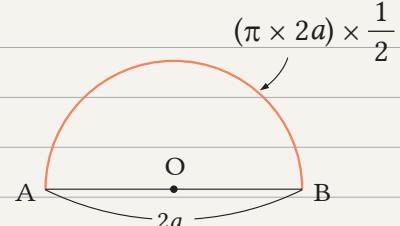
① Bagaimana cara menyatakan pernyataan berikut menggunakan variabel: "3 bilangan bulat berurutan", "Bilangan asli dua digit", "Bilangan genap dan bilangan ganjil", "Kelipatan 3", dan lain-lain?

② Mengapa penjelasannya jauh lebih baik jika menggunakan bentuk aljabar?

Pada 2 di halaman 3, jelaskan bagaimana kita menebak hari ulang tahun.

Contoh 3

Pada gambar di samping, titik O adalah titik tengah garis AB. Jumlah panjang busur setengah lingkaran dengan diameter berturut-turut AO dan BO adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB. Jelaskan hal ini dengan menggunakan bentuk aljabar.

Cara Misalkan AO = a, tentukan panjang busur masing-masing.

Penyelesaian

Jika kita misalkan AO = a, maka panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO adalah

$$(\pi \times a) \times \frac{1}{2}$$

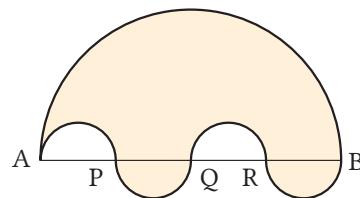
Karena titik O adalah titik tengah AB, maka AO = BO.

Oleh karena itu, panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO dan BO adalah sama panjang. Jumlah kedua panjang busur tersebut adalah

$$(\pi \times a) \times \frac{1}{2} \times 2 = \pi a \quad ①$$

Karena AB = $2a$, maka panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB adalah

$$(\pi \times 2a) \times \frac{1}{2} = \pi a \quad ②$$

Karena ① dan ② bernilai sama, maka jumlah panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AO dan BO adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran berdiameter AB.

> Agar penjelasanmu lebih mudah dipahami, pastikan membuat sketsa gambar.

Soal 5

Jika diketahui AP = PQ = QR = RB seperti pada gambar di sebelah kanan, mengapa jumlah panjang 4 busur setengah lingkaran dengan diameter AP, PQ, QR, dan RB adalah sama dengan panjang busur setengah lingkaran dengan diameter AB? Jelaskan menggunakan bentuk aljabar.

2 Mengubah Persamaan

Tujuan Peserta didik dapat mengubah persamaan ke bentuk yang diperlukan.

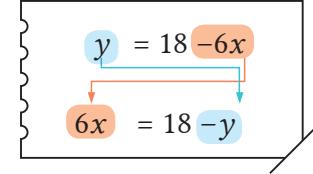
Bagian (1) sampai (3) berikut menyatakan hubungan antara jarak, kecepatan, dan waktu. Isilah ☐ dengan tanda yang tepat.

(1) (Jarak) = (Kecepatan) ☐ (Waktu)

(2) (Kecepatan) = (Jarak) ☐ (Waktu)

(3) (Waktu) = (Jarak) ☐ (Kecepatan)

Bergantung pada apa yang ingin kita cari, jarak, kecepatan, atau waktu, seperti di Q, kita dapat mengubah bentuk aljabar untuk menyatakan hubungan-hubungan tersebut.

Contoh 1 Dari permukaan tanah hingga 11 km di atas permukaan tanah, suhu udara berkurang sebesar 6℃ untuk setiap kenaikan 1 km. Jika suhu udara di permukaan tanah adalah 18℃, dan suhu udara saat x km di atas permukaan tanah adalah y°C, maka kita dapat menyatakan hubungan antara x dan y sebagai $y = 18 - 6x$. Ubah bentuk aljabar ini ke bentuk aljabar yang dapat digunakan untuk mencari x.

Penyelesaian

Pindah ruas y dan $-6x$ pada $y = 18 - 6x$, kita memperoleh $6x = 18 - y$. Bagi kedua ruas dengan 6, kita peroleh

$$x = \frac{18 - y}{6}.$$

Jawab: $x = \dfrac{18 - y}{6}$

$y = 18 - 6x$

$6x = 18 - y$

Mengubah persamaan $y = 18 - 6x$ dan memperoleh $x = \dfrac{18 - y}{6}$ seperti dalam **Contoh 1** disebut menyelesaikan persamaan untuk x.

Catatan $x = \dfrac{18 - y}{6}$ dapat ditulis sebagai $x = 3 - \dfrac{1}{6}y$ atau $x = -\dfrac{1}{6}y + 3$.

Soal 1 Pada Contoh 1, berapa km di atas permukaan tanah agar suhu udara berturut-turut sebesar 6℃ dan −30℃?

Soal 2 Selesaikan tiap persamaan berikut untuk variabel dalam tanda [ ].

(1) $x - y = 8$ [x]

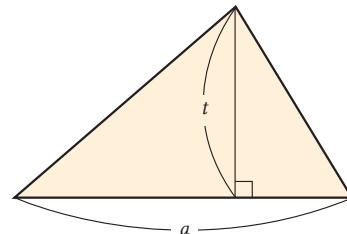
(2) $y = 12 - 4x$ [x]

(3) $6x + 2y = 10$ [y]

(4) $3x - y = 5$ [y]

Contoh 2 Selesaikan rumus luas segitiga $L = \frac{1}{2}at$ untuk variabel t.

$$L = \frac{1}{2}at$$

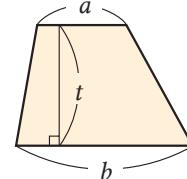
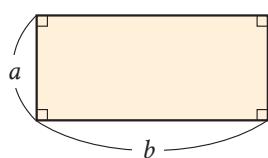
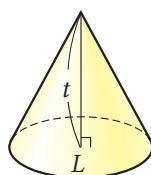
Dengan menukar kedua ruas, kita peroleh

$$\frac{1}{2}at = L$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan 2, kita peroleh $at = 2L$.

Dengan membagi kedua ruas dengan a, kita peroleh

$$t = \frac{2L}{a}$$

Jawab: $t = \frac{2L}{a}$

Soal 3 Dengan menggunakan bentuk aljabar yang kamu peroleh di Contoh 2, carilah tinggi suatu segitiga yang memiliki luas daerah 42 cm^2 dan alas 12 cm.

Soal 4 Selesaikan tiap persamaan berikut untuk variabel yang ada dalam tanda [ ].

(1) $V = \frac{1}{3}Lt$ [t] (2) $K = 2(a + b)$ [a] (3) $L = \frac{(a + b)t}{2}$ [a]

Mari Kita Periksa

1

Penjelasan Menggunakan Bentuk Aljabar
[Hlm.16] Cth. 1
[Hlm.19] 3

Jawablah setiap pertanyaan berikut terkait dengan dua bilangan ganjil berurutan, seperti 5 dan 7.

(1) Misalkan n adalah bilangan bulat. Jika dimisalkan bilangan ganjil yang lebih kecil adalah $2n + 1$, bagaimana kita menyatakan bilangan ganjil yang lebih besar?

(2) Jelaskan mengapa jumlah dua bilangan ganjil berurutan adalah kelipatan 4.

2

Mengubah Persamaan
[Hlm.21] S 2
[Hlm.22] Cth. 2

Selesaikan setiap persamaan ini untuk variabel yang ada dalam [ ].

(1) $4x - y = 8$ [x] (2) $m = \frac{a + b}{2}$ [a]

BAB 1 Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.230, 231

Gagasan Utama

1 Jawablah setiap pertanyaan berikut menggunakan ⓐ sampai ⓕ.

ⓐ $4x + 7$	ⓑ $2x^2$	ⓒ $3x - 5y$
ⓓ $-8x$	ⓔ $6xy + 9y$	ⓕ $x^2 - 6x + 1$

(1) Manakah yang merupakan bentuk-bentuk suku tunggal?

(2) Manakah yang merupakan bentuk-bentuk linear?

2 Sederhanakanlah.

(1) $8a^2 + 6a + a^2 - 2a$

(2) $-2x - 8y + 7y - 3x + 5$

(3) $(4a - 9b) + (3a + 5b)$

(4) $(5x + 2y) - (6x - 4y)$

3 Sederhanakanlah.

(1) $(20x - 4y) : (-4)$

(2) $(5a - 8b) + 3(-a + 2b)$

(3) $5\,(x + 3y) - 4(2x - y)$

(4) $\dfrac{3x + y}{4} - \dfrac{x - y}{6}$

(5) $7x \times 4y$

(6) $3a^2 \times (-2a)$

(7) $(-9x)^2$

(8) $(-16a^2) : 4a$

(9) $6xy : \dfrac{3}{7}x$

(10) $4x^2 : 6x^2 \times 3x$

4 Perbaiki kesalahan pada perhitungan berikut dan tuliskan jawaban yang benar.

(1)
$$18xy : 3x \times 2y$$
$$= 18xy : 6xy$$
$$= 3$$

(2)
$$6ab : \left(-\frac{2}{3}a\right)$$
$$= 6ab \times \left(-\frac{3}{2}a\right)$$
$$= -9a^2b$$

5 Jika $x = 6$ dan $y = -5$, tentukan nilai-nilai untuk setiap bentuk aljabar berikut.

(1) $14xy^2 : 7y$

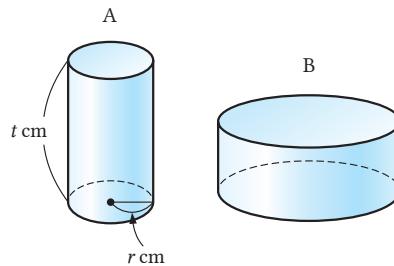
(2) $(3x + 5y) - (x + 6y)$

BAB 1 Soal Ringkasan

6 Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar: mengapa jumlah 3 bilangan bulat dengan selisih 3, seperti 1, 4, 7 adalah kelipatan 3.

7 Selesaikan setiap persamaan berikut untuk variabel dalam [ ].

(1) $3x + 2y = 10 \quad [y]$ (2) $a = \dfrac{4b + 3c}{7} \quad [c]$

Penerapan

1 Sederhanakanlah.

(1) $\dfrac{1}{2}x + y - \left(\dfrac{2}{3}x - \dfrac{y}{2}\right)$ (2) $x - y - \dfrac{3x - y}{4}$

(3) $3a^2 : 6ab \times (-2a)^2$ (4) $9x^2 \times (-xy) : \dfrac{3}{5}y^3$

2 Jika kita misalkan A = $x^2 - 3x - 5$ dan B = $-2x^2 + x + 7$, bentuk aljabar apa yang harus dikurangkan dari A untuk menghasilkan B?

3 Tabung A memiliki jari-jari alas r cm dan tinggi t cm. Tabung B memiliki jari-jari alas dua kali panjang jari-jari alas tabung A, dan tingginya $\dfrac{1}{2}$ dari tinggi tabung A. Gunakan bentuk-bentuk aljabar untuk menjelaskan berapa kali ukuran volume tabung B terhadap tabung A.

4 Pada kalender di sebelah kanan, jumlah 3 buah bilangan 2, 9, dan 16 ditandai dengan ▢ sama dengan 3 kali bilangan yang di tengah, yaitu 9. Dapatkah kita menyatakan hal yang sama tentang jumlah 3 bilangan berurutan secara vertikal di tempat lain pada kalender tersebut? Jelaskan jawabanmu dengan menggunakan bentuk-bentuk aljabar.

S	M	T	W	T	F	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Penggunaan Praktis

1 Dewi memeriksa selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan, dan sebaliknya.

Untuk 524, 524 − 425 = 99

Untuk 937, 937 − 739 = 198

Untuk 259, 259 − 952 = -693

Dari hasil-hasil ini, Dewi menduga hal berikut, dan ia memberi penjelasan seperti di bawah. Lengkapilah penjelasan Dewi.

Prediksi Dewi

Selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar angka ratusan dengan angka satuan dan sebaliknya adalah kelipatan 99.

Jika kita misalkan angka ratusan adalah a, angka puluhan b, dan angka satuan c, maka bilangan asli tiga angka dapat dinyatakan dengan ______ . Bilangan asli hasil penukaran tersebut dapat dinyatakan dengan ______ . Selisih kedua bilangan tersebut adalah

Oleh karena itu, selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan asli yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan dan sebaliknya adalah kelipatan 99.

Soal Ringkasan

2 Dari bentuk aljabar pada penjelasan Dewi, terdapat hal lain yang dapat kita ketahui selain pernyataan "selisih kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 99". Dari (a) – (f) berikut, pilihlah yang berlaku benar secara keseluruhan.

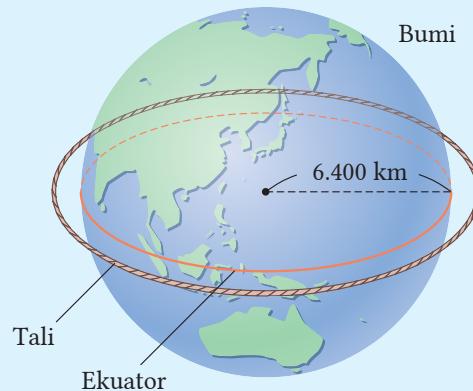
(a) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 6.

(b) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan 11.

(c) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan bilangan ganjil.

(d) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah kelipatan bilangan genap.

(e) Selisih antara dua bilangan tersebut tidak ada kaitannya dengan nilai puluhan dari bilangan mula-mula.

(f) Selisih antara kedua bilangan tersebut adalah 99 kali selisih setelah angka satuan dikurangkan dari angka ratusan.

3 Sejauh ini, kita telah belajar bahwa "selisih antara suatu bilangan asli dua digit dengan bilangan yang diperoleh dari menukar digit puluhan dengan satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 9" dan "selisih antara bilangan asli tiga digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ratusan dengan digit satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 99".
Dari hal ini, Diki memprediksi bahwa "selisih antara bilangan asli empat digit dan bilangan yang dibentuk dengan menukar digit ribuan dengan digit satuan pada bilangan pertama adalah kelipatan 999". Apakah dugaan ini benar? Jika menurutmu benar, jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar. Jika menurutmu tidak benar, beri satu contoh yang menyangkal bahwa selisihnya bukan kelipatan 999.

Apa yang Terjadi Jika Kita Melilitkan Sebuah Tali pada Ekuator Bumi?

Jari-jari Bumi panjangnya sekitar 6.400 km. Jika seutas tali 10 m lebih panjang dibandingkan panjang ekuator Bumi dan membentuk sebuah lingkaran di udara di atas ekuator, maka pada skenario di atas, binatang manakah berikut ini yang dapat melewati celah antara tali dan ekuator?

ⓐ Tikus (tinggi 5 cm)

ⓑ Sapi (tinggi 1 m 50 cm)

ⓒ Gajah (tinggi 3 m)

1 Jika kita misalkan jari-jari Bumi adalah r m, maka panjang ekuator adalah $2\pi r$ m. Nyatakan panjang dari tali dan jari-jari lingkaran yang dibentuk oleh tali tersebut dengan menggunakan bentuk-bentuk aljabar.

2 Carilah selisih antara jari-jari lingkaran yang dibentuk oleh tali dan jari-jari Bumi. Jika kita misalkan π = 3,14, berapakah selisihnya?

Hasil bagian 2 tidak terkait dengan jari-jari. Oleh karena itu, pada soal di atas, kita akan memperoleh hasil yang sama meskipun jika kita mengganti Bumi dengan Bulan atau tangki gas.

Kita mengonstruksi lintasan atletik. Setiap lintasannya lengkung berupa lingkaran. Garis akhir setiap lintasan membentuk garis lurus. Agar panjang setiap lintasannya sama, berapa meter selisih garis awal (*start*) untuk jalur berdekatan? Misalkan lebar tiap jalur berdekatan adalah 1 m, dan π = 3,14.

Sumber: www.republika.co.id

Tahukah kalian bahwa Bapak Aljabar adalah al-Khawarizmi. Atas jasa beliau, kalian dapat menyelesaikan masalah ini:

Kita punya sistem persamaan, yaitu $3x + 2y = 40.000$ dan $5x + 4y = 70.000$.
Berapa harga semangkuk bakso dan segelas es teh?

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-798-6 (jil.2)

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Ada berapa banyak permainan yang dapat saya mainkan?

Di wahana permainan terdapat permainan yang memerlukan 1 tiket atau 2 tiket untuk dapat bermain. Kelompok A terdiri dari permainan-permainan yang memerlukan 2 tiket, kelompok B terdiri dari permainan-permainan yang memerlukan 1 tiket. Budayakan antre jika akan melakukan permainan.

A Permainan 2 Tiket	B Permainan 1 Tiket
Kincir Ria	Komedi Putar
Roller Coaster	*Go-kart*
Rumah Hantu	Siklus Langit
Hysteria	Poci Poci
Hutan Kano	Kapal Bajak Laut

1

Heru membeli 11 tiket dan akan menggunakan seluruh tiketnya untuk bermain 7 permainan. Berapa banyak permainan kelompok A dan permainan kelompok B yang dapat ia pilih?

Sepertinya dapat diselesaikan dengan satu persamaan linear. Tetapi, karena ada dua besaran yang tidak diketahui, dapatkah kita membuat satu persamaan dengan dua variabel? Hlm.32

1 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

1 Sistem Persamaan dan Penyelesaiannya

•Tujuan• Peserta didik dapat mengenali sistem persamaan linear dua variabel dan mengetahui arti penyelesaiannya.

Di wahana taman hiburan, misalkan Heru melakukan permainan A dengan 2 tiket sebanyak x kali, dan permainan B dengan 1 tiket sebanyak y kali. Nyatakan jumlah total tiket yang digunakan Heru dalam sebuah persamaan.

Pada Q, jika total banyaknya tiket yang digunakan adalah 11, hubungan antara x dan y dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

$2x + y = 11$ ①

Catatan Huruf x dan y dapat diganti dengan berbagai nilai bilangan. Oleh karena itu, keduanya disebut sebagai *variabel.*

Soal 1 Isilah tabel berikut dengan nilai y yang tepat sehingga persamaan ① menjadi benar.

x	0	1	2	3	4	5
y						

Persamaan linear seperti $2x + y = 11$, disebut *persamaan linear dua variabel.* Persamaan seperti $3x + 5 = 8$, disebut *persamaan linear satu variabel.*

Nilai x dan y yang membuat sebuah persamaan linear dua variabel menjadi pernyataan yang benar disebut *penyelesaian.* Pada tabel di Soal 1,

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 11, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 9, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases} \quad \cdots$$

Semua nilai x dan y yang bersesuaian di atas merupakan penyelesaian dari persamaan $2x + y = 11$.

Catatan $\begin{cases} x = 0 \\ y = 11, \end{cases}$ dapat juga ditulis dengan $x = 0$, $y = 11$ atau $(x, y) = (0, 11)$

Dari 📖 di halaman 32, Heru menaiki permainan sebanyak 7 kali. Kita dapat menyatakan hubungan antara x dan y dalam bentuk berikut.

$x + y = 7$ ②

Soal 2 Isilah tabel berikut dengan menyelesaikan persamaan ②.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y								

Soal 3 Dari tabel Soal 1 di halaman 32 dan tabel Soal 2 di atas, carilah nilai dari x dan y sehingga persamaan ① dan ② menjadi pernyataan yang benar.

Sepasang persamaan linear dua variabel disebut *sistem persamaan linear dua variabel* (SPLDV). Berikut ini adalah contoh SPLDV.

$$\begin{cases} 2x + y = 11 & ① \\ x + y = 7 & ② \end{cases}$$

Dalam sistem persamaan, nilai x dan y yang membuat kedua persamaan menjadi pernyataan yang benar disebut *penyelesaian dari sistem persamaan*, kegiatan menemukan penyelesaiannya adalah menyelesaikan sistem persamaan.

Penyelesaian dari sistem persamaan di atas adalah

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian persamaan ①

x	0	1	2	3	4	5
y	11	9	7	5	3	1

Penyelesaian persamaan ②

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0

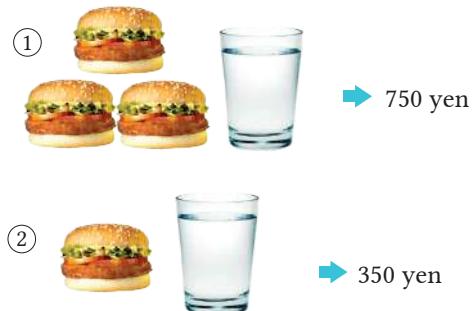
Soal 4 Manakah berikut ini yang merupakan penyelesaian dari sistem persamaan

$$\begin{cases} 2x + y = 16 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

ⓐ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} x = 9 \\ y = -2 \end{cases}$

Jadi, kita dapat mencari penyelesaian sistem persamaan dengan menggunakan grafik dan substitusi bilangan terhadap variabel.

Apakah ada cara lain untuk mencari penyelesaian selain substitusi bilangan ke variabel, misalnya menggunakan sifat-sifat kesamaan persamaan linear? Hlm.42

2 Cara Menyelesaikan Sistem Persamaan

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dengan metode eliminasi.

Di suatu toko di Jepang, total harga 3 hamburger dan 1 gelas minuman adalah 750 yen, sedangkan total harga 1 hamburger dan 1 gelas minuman adalah 350 yen. Berapa harga masing-masing 1 buah hamburger dan 1 gelas minuman?

1 Untuk Q, jelaskan cara yang kamu gunakan secara ringkas dengan gambar dan bentuk aljabar.

2 Untuk Q, Dewi menggunakan gambar dan menemukan harga 1 hamburger. Jelaskan cara yang digunakan Dewi.

3 Jika kita misalkan harga 1 hamburger adalah x yen dan harga 1 gelas minuman adalah y yen, bentuk aljabar apa yang dapat kita gunakan untuk menyatakan berturut-turut Cara Dewi dari ① dan ②? Bagaimana kita dapat menggunakan ① dan ② untuk memperoleh ③?

Pada [ikon] di halaman 33, dengan menyelesaikan sistem persamaan, kita dapat menemukan penyelesaian.

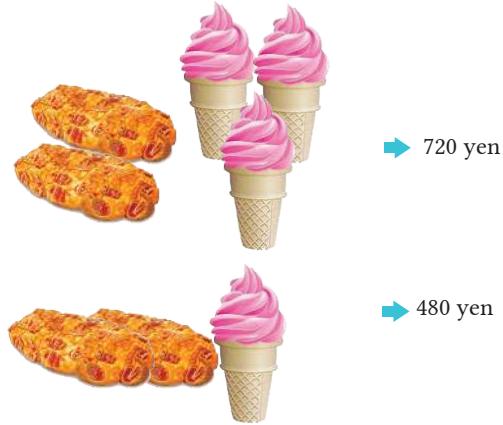
$$\begin{cases} 3x + y = 750 & ① \\ x + y = 350 & ② \end{cases}$$

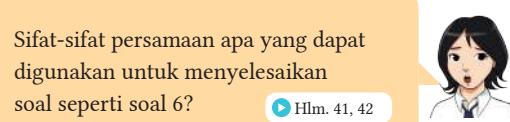
Jika kita mengurangi ruas kiri persamaan ① dengan ruas kiri persamaan ② dan kita melakukan hal yang sama pada ruas kanan, maka variabel y akan hilang, dan kita memperoleh sebuah persamaan linear dalam variabel x saja.

$$\begin{array}{lrl} ① & 3x + y = & 750 \\ ② & x + y = & 350 \\ \hline & 2x \quad = & 400 \\ & x \quad = & 200 \end{array} \; -$$

Berpikir Matematis

Seperti menyelesaikan persamaan linear dengan menggunakan sifat persamaan, kita juga dapat menggunakan sifat-sifat serupa dalam menyelesaikan sistem persamaan.

$$\begin{array}{c} A = M \\ B = N \\ \hline A - B = M - N \end{array} \; -$$

4 Substitusi $x = 200$ ke ① dan carilah nilai dari y.
Substitusi $x = 200$ ke ② dan carilah nilai dari y.
Bandingkan hasil kedua pencarian tersebut.

5 Pada toko yang sama, 2 roti sosis dan 3 es krim harganya 720 yen, sedangkan 2 roti-sosis dan 1 es krim harganya 480 yen. Berapakah harga masing-masing 1 roti-sosis dan 1 es krim? Buatlah sistem persamaan dan selesaikanlah serta temukan jawabannya.

6 Bagaimana kita memperoleh sebuah persamaan linear dengan satu variabel dari sistem persamaan di sebelah kanan?

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & ① \\ x - y = 5 & ② \end{cases}$$

Terdapat sistem persamaan dengan x dan y tidak hilang meskipun kita sudah mengurangkan ruas kiri dan ruas kanan persamaan.

Sifat-sifat persamaan apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal seperti soal 6? Hlm. 41, 42

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan memperoleh satu persamaan linear satu variabel dari dua persamaan.

Metode Eliminasi - Substitusi

Contoh 1 Selesaikanlah sistem persamaan linear dua variabel berikut.

$2x + y = 13$ ①

$x - y = 5$ ②

Cara Untuk memperoleh satu variabel, kita lakukan penjumlahan ruas kiri dan ruas kanan.

Penyelesaian

Dengan menambahkan ruas kiri dan kanan persamaan ① dan ②, maka kita peroleh

$$\begin{array}{lrcl} ① & 2x + y & = & 13 \\ ② & x - y & = & 5 \\ \hline & 3x & = & 18 \\ & x & = & 6 \end{array} +$$

Untuk memudahkan penyelesaian, luruskan tanda "=".

Dengan mensubstitusi $x = 6$ ke ①, maka diperoleh

$$2 \times 6 + y = 13$$

$$y = 1$$

Jawaban: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} A = M \\ B = N \\ \hline A + B = M + N \end{array} +$$

Periksa

Dengan mensubstitusikan nilai x dan y yang kita temukan ke sistem persamaan, maka diperoleh:

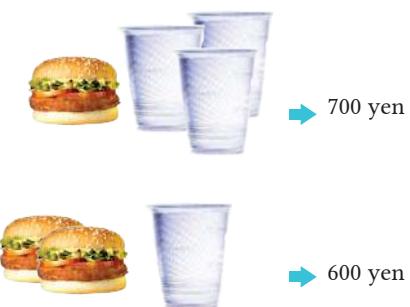
Ruas kiri adalah $2 \times 6 + 1 = 13$ dan ruas kanan adalah 13.

Ruas kiri adalah $6 - 1 = 5$ dan ruas kanan adalah 5.

Dengan demikian, bila $x = 6$ dan $y = 1$, kedua persamaan ① dan ② menjadi benar.

Dari yang sudah kita pelajari, jika kita mendapat satu persamaan yang tidak memuat y dari sistem persamaan yang memuat y, maka kita telah mengeliminasi y.

Soal 1 Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ x + y = 6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ x + y = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3x - 2y = -13 \\ -3x + 4y = 23 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ x - y = -1 \end{cases}$

Heru sedang bertamasya di Jepang. Ia membeli 1 hamburger dan 3 gelas minuman seharga 700 yen. Ia membeli lagi 2 hamburger dan 1 gelas minuman seharga 600 yen. Berapa harga masing-masing dari 1 hamburger dan 1 gelas minuman?

700 yen

600 yen

Mari kita selesaikan sistem persamaan linear dua variabel di atas.

Contoh 2

Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} x + 3y = 700 & ① \\ 2x + y = 600 & ② \end{cases}$$

Cara

Untuk mengeliminasi suatu variabel, misalkan x, persamaan ① dikali 2, sehingga koefisien dari x di persamaan ① sama dengan koefisien x di persamaan ②.

Penyelesaian

① × 2	$2x + 6y = 1400$
②	$2x + y = 600$ —
	$5y = 800$
	$y = 160$

Dengan mensubstitusi $y = 160$ ke ②, maka

$2x + 160 = 600$

$x = 220$

Jawaban: $\begin{cases} x = 220 \\ y = 160 \end{cases}$

Soal 2

Selesaikan soal pada Contoh 2 dengan mengeliminasi y.

Soal 3

Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 5x - 8y = 22 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} -2x + 3y = -9 \\ 4x - 5y = 15 \end{cases}$

Contoh 3 Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} 2x - 3y = -7 & ① \\ 3x + 2y = -4 & ② \end{cases}$$

Cara Untuk mengeliminasi salah satu variabel, kalikan setiap ruas dengan sebuah bilangan dan lakukan pada setiap persamaan sehingga koefisien-koefisien dari variabel yang akan dieliminasi bernilai sama.

Penyelesaian

① × 2 $\quad 4x - 6y = -14$

② × 3 $\quad 9x + 6y = -12$ +

$$13x = -26$$

$$x = -2$$

Dengan mensubstitusi $x = -2$ ke ②, maka kita peroleh

$$3 \times (-2) + 2y = -4$$

$$y = 1$$

Jawaban: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Jadi, persamaan ① dikali dua, persamaan ② dikali tiga, dan kedua ruas persamaan ditambahkan.

Soal 4 Selesaikan sistem persamaan pada Contoh 3 dengan mengeliminasi x.

Soal 5 Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 7x - 3y = -5 \\ 6x - 5y = 3 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 4x + 8y = 7 \\ 6x + 5y = 7 \end{cases}$

Cobalah

Hlm.43 Penguatan 2-1

Menyelesaikan sistem persamaan dengan cara menyamakan koefisien dari variabel yang akan dihilangkan, dan dengan menambahkan atau mengurangkan kedua ruas persamaan untuk menghilangkan variabel, cara ini dinamakan metode *eliminasi* atau metode penjumlahan/pengurangan.

Di manakah kita dapat menerapkan sistem persamaan? Hlm.46

Peserta didik dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan cara memperoleh satu persamaan linear satu variabel dari dua persamaan.

Metode Substitusi

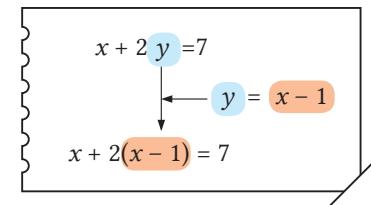
Untuk Contoh 1 pada halaman 36, Heru menemukan cara seperti pada gambar sebelah kanan. Jelaskan cara yang digunakan Heru. Dengan menggunakan Cara Heru selesaikan soal tersebut.

$$\begin{cases} 2x + y = 13 & ① \\ x - y = 5 & ② \end{cases}$$

Dengan menyatakan persamaan ② dalam x, maka kita peroleh

$x = 5 + y$.

Dengan mensubstitusi $5 + y$ ke dalam x pada persamaan ①, maka kita peroleh persamaan dalam y.

Contoh 4

Selesaikan sistem persamaan berikut.

$y = x - 1$ ①

$x + 2y = 7$ ②

Cara

Pada persamaan ①, y sama dengan $x - 1$, sehingga kita dapat mengganti y pada persamaan ② dengan $x - 1$. Artinya, kita mensubstitusi $x - 1$ ke dalam y, untuk mengeliminasi y.

Penyelesaian

Dengan mensubstitusi ① ke dalam ②, kita memperoleh

$x + 2(x - 1) = 7$

Ketika mensubstitusi suatu persamaan dengan bentuk aljabar tertentu, jangan lupa gunakan tanda kurung.

$x + 2x - 2 = 7$

$3x = 9$

$x = 3$

Dengan mensubstitusi $x = 3$ ke persamaan ①, kita peroleh

$y = 3 - 1$

$= 2$

Jawaban: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Cara menyelesaikan sistem persamaan dengan mensubstitusi satu persamaan ke dalam persamaan yang lain untuk menghilangkan salah satu variabel seperti Contoh 4 dinamakan metode *substitusi*.

Soal 6

Selesaikan sistem persamaan berikut menggunakan metode substitusi.

(1) $\begin{cases} x = 3y + 1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} y = 7x - 2 \\ y = 4x + 1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ y = x - 3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Cobalah

Hlm.43 Penguatan 2-2

Diskusi

Untuk sistem persamaan berikut, diskusikan mana yang lebih baik, apakah menggunakan metode eliminasi ataukah dengan metode substitusi. Selesaikanlah dengan menggunakan kedua metode tersebut dan bandingkan jawabanmu.

$2x + 3y = 4$ ①

$x - y = 2$ ②

Kita dapat menyelesaikan dengan menyamakan koefisien x dan y. Jadi, metode eliminasi tampak lebih baik.

Dari persamaan (2), kita dapat menyatakan persamaan dalam x atau dalam y. Jadi, metode substitusi lebih mudah digunakan.

Soal 7

Seperti ide penyelesaian dalam Q, sistem persamaan linear dua variabel dapat diselesaikan dengan metode eliminasi atau metode substitusi.

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode yang tepat.

(1) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x = -y + 2 \end{cases}$

Saya Bertanya

Apakah ada sistem persamaan dengan tiga variabel?

Hlm.44

Berbagai Sistem Persamaan

Contoh 5

$\begin{cases} 5x + 3y = 0 & ① \\ 3x - 2(x - y) = 7 & ② \end{cases}$

Dengan membuka kurung pada persamaan ② dan melakukan penyederhanaan, kita peroleh

$x + 2y = 7$ ③

Dengan menyelesaikan (1) dan (3), diperoleh $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$

Soal 8

Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2(x - y) - x = 8 \\ 5x - (3x - y) = 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3(x + 2y) = 2(x - 3) \\ y = 4 - x \end{cases}$

Contoh 6

Selesaikan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 1 & ① \\ x + y = 4 & ② \end{cases}$$

Cara

Kalikan kedua ruas persamaan ① dengan 6, ubah koefisien dalam bentuk bilangan bulat, dan selesaikan.

Penyelesaian

① × 6

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right) \times 6 = 1 \times 6$$

$$3x + 2y = 6 \quad ③$$

Ubah koefisien pada variabel dari pecahan ke dalam bilangan bulat.

Dengan menyelesaikan ② dan ③ sebagai sebuah sistem, kita peroleh

③ $\quad 3x + 2y = 6$

② × 2 $\quad 2x + 2y = 8$ −

$\quad x = -2$

Ingat untuk menulis penjelasan bagi persamaan juga.

Dengan substitusi $x = -2$ ke persamaan ②, kita peroleh

$$-2 + y = 4$$

$$y = 6$$

Jawaban: $\begin{cases} x = -2 \\ y = 6 \end{cases}$

Soal 9

Pikirkan metode apa yang kita perlukan untuk menyelesaikan sistem persamaan berikut. Gunakan metode tersebut untuk mencari penyelesaian.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 0{,}5x + 0{,}2y = 1{,}5 \end{cases}$$

Soal 10

Selesaikan sistem persamaan berikut setelah kamu mengubah koefisien-koefisien variabel dalam bilangan bulat.

(1) $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}5 \\ x + 5y = -1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 8x - 3y = 9 \\ -\frac{1}{6}x + \frac{1}{2}y = 2 \end{cases}$

Contoh 7

Sistem persamaan dalam bentuk $A = B = C$, seperti $2x + 3y = x + y = 2$, dapat diselesaikan menggunakan kombinasi ⓐ, ⓑ, dan ⓒ berikut.

ⓐ $\begin{cases} A = B \\ A = C \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases}$

Sebagai contoh, dengan mengubah ke dalam bentuk ⓒ, kita peroleh

$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ Dengan menyelesaikan sistem ini, kita peroleh $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

Soal 11 Ubah sistem persamaan dalam Contoh 7 ke dalam bentuk (a) dan (b) dan selesaikan.

Soal 12 Selesaikan sistem persamaan berikut.

(1) $2x - y = -3x + y = 1$

(2) $3x + 2y = 5 + 3y = 2x + 11$

Hlm.43
Penguatan 2-3

Hlm.46

Mari Kita Periksa

1 Sistem Persamaan

1

Sistem Persamaan dan Penyelesaiannya
[Hlm.32] S 1
[Hlm.33] S 2
S 3

Untuk persamaan linear dua variabel $x + y = 11$ (1) dan $x - y = 5$ (2), pilih satu jawaban benar dari (a) - (d) berikut.

ⓐ $\begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$ ⓑ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ ⓒ $\begin{cases} x = 6 \\ y = 5 \end{cases}$ ⓓ $\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}$

(1) Apakah penyelesaian dari masing-masing persamaan (1) dan (2)?

(2) Ketika memandang (1) dan (2) sebagai sistem persamaan, apakah penyelesaiannya?

2

Metode Eliminasi
[Hlm.36] Cth. 1
[Hlm.37] Cth. 2
[Hlm.38] Cth. 3
Metode Substitusi
[Hlm.39] Cth. 4

Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x + 5y = -8 \\ 4x + 3y = 12 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x + y = -9 \\ x = 3y - 1 \end{cases}$

Penguatan 2

→ Sistem Persamaan

Gunakan materi yang sudah dipelajari baik saat belajar maupun saat berlatih.

Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

1 Menggunakan Metode Eliminasi

(1) $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ x - y = 3 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} -x + 3y = -8 \\ x - 4y = 9 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 5x - 6y = 7 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} -2x + 5y = -15 \\ 4x - 9y = 27 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 3x - 2y = -11 \\ 2x + 3y = -3 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ 5x - 2y = -23 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} 5x - 7y = -16 \\ -4x - 3y = 30 \end{cases}$

2 Menggunakan Metode Substitusi

(1) $\begin{cases} y = x + 2 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x = -y + 2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 2y + 6 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 9x - 2y = -1 \\ y = 3x + 1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -3x + 14 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 2x = 3y - 1 \\ 2x = 5y - 7 \end{cases}$

3 Aneka Sistem Persamaan

(1) $\begin{cases} 8x = 5y + 2 \\ 5 - 3x = -4y \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3(2x + 1) + 5y = -5 \\ -7x - 4(y + 3) = -10 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0{,}5x - 1{,}4y = 8 \\ -x + 2y = -12 \end{cases}$

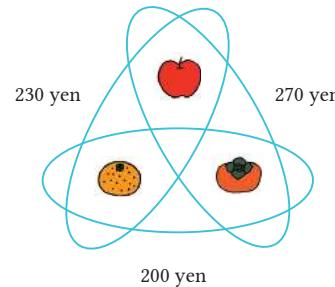
(4) $\begin{cases} 0{,}35x - 0{,}12y = -1{,}5 \\ -2x + 3y = -3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{1}{8}y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 6x + 5y = 9 \\ \frac{3x - 2y}{6} = -1 \end{cases}$

(7) $2x - y = 3x + y = -10$

(8) $x - 2y = 4x + 3y = 1 - 4y$

Jawaban pada Hlm.229, 230

Total harga ketika berbelanja di sebuah toko di Jepang adalah sebagai berikut.

① 230 yen untuk harga 1 apel dan 1 jeruk mandarin.

② 200 yen untuk 1 jeruk mandarin dan 1 kesemek.

③ 270 yen untuk harga 1 apel dan 1 kesemek.

Berapakah harga masing-masing untuk 1 apel, 1 jeruk mandarin, dan 1 kesemek?

1 Dengan menggunakan caramu sendiri, temukan jawabannya!

2 Jika kita misalkan harga 1 apel adalah x yen, harga 1 jeruk mandarin adalah y yen, dan harga 1 kesemek adalah z yen, bagaimanakah kita menyatakan hubungan antara besaran-besaran tersebut menggunakan sebuah persamaan?

3 Pikirkan 3 persamaan yang dibentuk dari soal **2**, yaitu

$$\begin{cases} x + y = 230 & ① \\ y + z = 200 & ② \\ x + z = 270 & ③ \end{cases}$$

Sebagai sebuah sistem persamaan yang memuat tiga variabel, perhatikan cara menyelesaikan sistem tersebut dari urutan (I) – (III) berikut.

(i) Kurangi kedua ruas persamaan ③ oleh persamaan ② untuk mengeliminasi z, sehingga terbentuk persamaan linear dua variabel dalam x dan y. Namai persamaan ini dengan ④.

$$\begin{array}{lrl} ③ & x + z & = 270 \\ ② & y + z & = 200 \quad - \\ \hline & x - y & = \ \ 70 \quad ④ \end{array}$$

(ii) Selesaikan sistem persamaan yang meliputi ① dan ④, dan carilah nilai dari x dan y.

(iii) Substitusi nilai y yang ditemukan di langkah (ii) ke dalam persamaan ②, dan carilah nilai z.

Sebagaimana telah kita selidiki di nomor 3, untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel, kita dapat menyelesaikannya dengan metode eliminasi, yaitu dengan mengeliminasi satu variabel, dan membuat sistem persamaan linear dua variabel.

4 Perhatikan bagaimana kita dapat menyelesaikan sistem persamaan linear berikut.

$$\begin{cases} x + y + z = 2 & (1) \\ 2x + 3y - z = -1 & (2) \\ x - 2y + 3z = 10 & (3) \end{cases}$$

1. Operasi apa yang diperlukan untuk mengeliminasi z dari ① dan ②?
2. Operasi apa yang diperlukan untuk mengeliminasi z dari ② dan ③?
3. Dengan menggunakan metode 1 dan 2 dalam mengeliminasi z, selesaikan sistem persamaan linear tersebut.

Pada 4, untuk mengeliminasi z, kita dapat menggunakan ① dan ②, atau ② dan ③. Dengan cara serupa, kita pun dapat menggunakan ① dan ③. Kita pun dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan pertama-tama mengeliminasi x atau y.

5 Selesaikan sistem persamaan pada soal 4 dengan mula-mula mengeliminasi y.
Persamaan-persamaan linear yang memuat 3 variabel, seperti $x + y + z = 2$, dinamakan persamaan-persamaan linear dengan 3 hal yang tidak diketahui. Suatu kelompok persamaan, terdiri dari tiga persamaan linear dengan tiga bilangan tidak diketahui, dinamakan *sistem persamaan linear dengan tiga variabel.*

6 Selesaikan setiap sistem persamaan linear berikut.

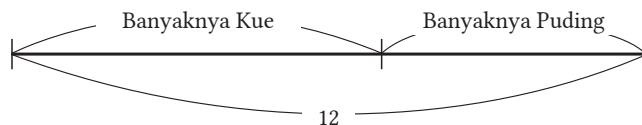
1. $\begin{cases} x + y + z = 13 \\ x - y + 2z = 7 \\ 3x + y - z = 23 \end{cases}$

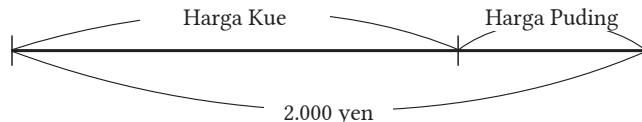
2. $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = 3z + 8 \\ x - 6z = 2 \end{cases}$

2 Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

1 Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

Di Jepang, Heru membeli 12 buah makanan yang terdiri dari kue dan puding dengan total harga 2.000 yen. Harga untuk 1 kue 200 yen dan 1 puding seharga 120 yen. Berapa banyak masing-masing kue dan puding yang dibeli?

Sumber: https://rumahrifai.files.wordpress.com/2013/04/japanese-snacks_purin.jpg

Di Q, jika kita menggunakan sistem persamaan, maka kita dapat menyelesaikannya seperti berikut.

Hubungan antara banyaknya makanan tersebut adalah sebagai berikut.

Hubungan antar banyak

Dari gambar ini, banyak kue ditambah banyak puding sama dengan 12.

Hubungan antar harga

Dari gambar ini, harga kue ditambah harga puding sama dengan 2.000.

Soal 1 Dengan memisalkan banyaknya kue yang dibeli dengan x buah dan banyaknya puding yang dibeli adalah y buah, maka kita dapat menyelesaikan permasalahan dengan membentuk sistem persamaan dari hubungan antar harga tersebut.

Saya Bertanya

Apakah kita selalu memeriksa apakah penyelesaian yang diperoleh sudah menyelesaikan masalah? Hlm.52

PENTING

Langkah-Langkah Penggunaan Sistem Persamaan untuk Menyelesaikan Masalah Kehidupan Sehari-hari

1. Cari hubungan antar kuantitas dalam soal, dan nyatakan dengan diagram, tabel, atau kata-kata.
2. Tentukan kuantitas apa saja yang diketahui dan apa yang tidak diketahui, kemudian bentuklah sistem persamaan menggunakan variabel yang tepat.
3. Selesaikan sistem persamaan yang diperoleh.
4. Periksa apakah penyelesaian sistem persamaan sudah menyelesaikan permasalahan atau belum.

Soal 2

Bagilah 35 peserta didik ke dalam beberapa kelompok dengan banyak anggota 4 orang dan 5 orang, sehingga total jumlah kelompok adalah 8. Untuk mencari banyaknya peserta didik pada setiap kelompok, kita akan memperhatikan "langkah-langkah penggunaan sistem persamaan untuk menyelesaikan masalah pembagian kelompok" di atas.

(1) Identifikasi hubungan antarkuantitas dalam soal, dan lengkapi diagram berikut dengan cara mengisikan informasi yang diperlukan. Dengan menggunakan diagram yang telah dilengkapi, nyatakan hubungan antarkuantitas menggunakan persamaan-persamaan.

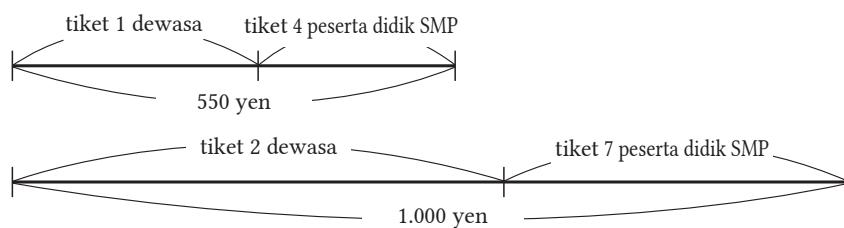
Hubungan antara banyaknya kelompok

Hubungan antara banyaknya orang

(2) Nyatakan kuantitas yang tidak diketahui dengan variabel, dan bentuklah sistem persamaan menggunakan diagram yang digunakan di (1).

(3) Selesaikan sistem persamaan linear yang diperoleh di (2).

(4) Periksa apakah penyelesaian dari sistem persamaan sudah menjawab permasalahan, dan carilah jawaban dari soal yang ditanyakan.

Contoh 1

Harga total tiket masuk di sebuah museum di Jepang adalah 550 yen untuk 1 orang dewasa dan 4 peserta didik SMP, serta 1.000 yen untuk 2 orang dewasa dan 7 peserta didik SMP. Berapa harga tiket untuk masing-masing 1 orang dewasa dan 1 peserta didik SMP?

Sumber: https://tourjapan.co.id/wp-content/uploads/2018/12/3070_02.jpg

Cara Hubungan antarkuantitas dalam soal adalah sebagai berikut.

Tiket 1 dewasa ditambah tiket 4 peserta didik SMP sama dengan 550 yen.
Tiket 2 dewasa ditambah tiket 7 peserta didik SMP sama dengan 1.000 yen.

Penyelesaian

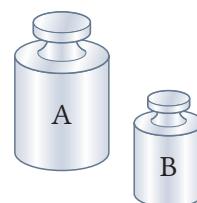
Misalkan harga tiket 1 dewasa adalah x rupiah dan harga 1 buah tiket peserta didik SMP adalah y rupiah, maka kita memperoleh sistem:

$$\begin{cases} x + 4y = 550 & (1) \\ 2x + 7y = 1.000 & (2) \end{cases}$$

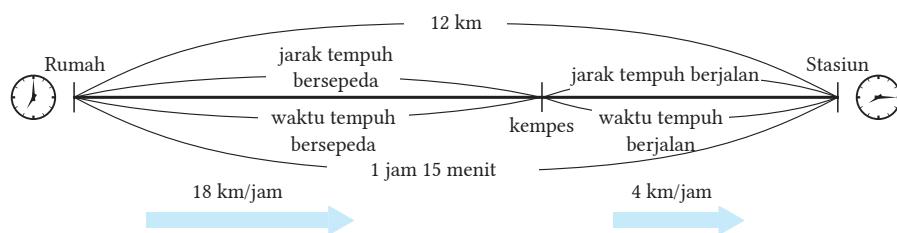
$$\begin{array}{lrl} (1) \times 2 & 2x + 8y = & 11.000 \\ (2) & 2x + 7y = & 10.000 \\ \hline & y = & 100 \end{array} \; -$$

Substitusi $y = 100$ ke (1), maka kita memperoleh

$$x + 4 \times 100 = 550$$

$$x = 150$$

Harga tiket dewasa 150 yen, harga 1 tiket peserta didik SMP 100 yen, dan ini sudah menjawab permasalahan.

Jawab: 150 yen untuk 1 tiket dewasa
100 yen ntuk 1 tiket peserta didik SMP

Soal 3

Diketahui dua anak timbangan A dan B berbeda berat. Berat 3A dan 2B adalah 190 g, berat 4A dan 6B adalah 320 g. Berapakah berat sebuah anak timbangan A dan sebuah anak timbangan B?

Saya menempuh perjalanan dari rumah ke stasiun kereta api sejauh 12 km. Mula-mula, saya bersepeda dengan kecepatan 18 km/jam, tetapi kemudian ban sepeda saya kempes di perjalanan. Karena itu, saya berjalan ke stasiun dengan kecepatan 4 km/jam. Total waktu yang saya perlukan hingga sampai ke stasiun adalah 1 jam 15 menit. Tentukan jarak tempuh bersepeda, dan jarak tempuh jalan kaki.

Dengan menyatakan hubungan antarkuantitas menggunakan diagram, kita memperoleh diagram berikut ini.

Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, jika kita misalkan jarak bersepeda adalah x km dan jarak jalan kaki adalah y km, maka kita peroleh berikut.

	Sepeda	Jalan Kaki	Total
Jarak (km)	x	y	12
Kecepatan (km/h)	18	4	
Waktu(jam)	$\frac{x}{18}$	$\frac{y}{4}$	$1\frac{15}{60}$

Dengan memisalkan jarak bersepeda x km dan jarak berjalan kaki y km, kita peroleh

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{4} = 1\frac{15}{60} \end{cases}$$

① × 2 $\quad 2x + 2y = 24$

② × 36 $\quad 2x + 9y = 45$ $\quad -$

$$-7y = -21$$

$$y = 3$$

$$\left(\frac{x}{18} + \frac{y}{4}\right) \times 36 = 1\frac{15}{60} \times 36$$

$$\frac{x}{18} \times 36 + \frac{y}{4} \times 36 = \frac{75}{60} \times 36$$

$$2x + 9y = \frac{5}{4} \times 36$$

$$2x + 9y = 45$$

Substitusi $y = 3$ ke ①, maka diperoleh

$$x + 3 = 12$$

$$x = 9$$

Jarak bersepeda 9 km, dan jarak berjalan kaki 3 km. Hal ini sudah menjawab soal.

Jawaban: Jarak bersepeda adalah 9 km, dan jarak berjalan kaki adalah 3 km.

Soal 4

Pada Contoh 2, misalkan waktu tempuh bersepeda adalah x jam, dan waktu tempuh berjalan kaki adalah y jam. Buatlah sistem persamaan dan carilah penyelesaiannya.

Soal 5

Saya berkendara dari kota A ke kota B sejauh 90 km. Kendaraan melaju dengan kecepatan 80 km/jam di jalan tol dan 50 km/jam di jalan biasa, dan waktu yang saya butuhkan adalah 1 jam 30 menit. Carilah jarak yang ditempuh di jalan tol dan jarak tempuh di jalan biasa.

Contoh 3

Bulan lalu, sebanyak 1.650 kg koran dan majalah bekas dikumpulkan untuk didaur ulang. Bulan ini, banyaknya koran bekas meningkat 10% dan majalah bekas meningkat 20% dibanding bulan lalu, keduanya 210 kg lebih banyak. Berapa kg masing-masing koran bekas dan majalah bekas bulan lalu?

Cara

Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, jika kita misalkan banyaknya koran bekas bulan lalu x kg, dan banyak majalah bekas bulan lalu y kg, maka kita peroleh tabel sebelah kanan.

	Koran Bekas	Majalah Bekas	Total
Jumlah daur ulang bulan lalu (kg)	x	y	1.650
Jumlah daur ulang bulan ini (kg)	$\frac{10}{100}x$	$\frac{20}{100}y$	210

Penyelesaian

Dengan memisalkan banyaknya koran bekas bulan lalu sebagai x kg dan majalah bekas y kg, maka kita peroleh:

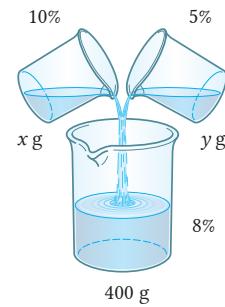
$$\begin{cases} x + y = 1.650 & (1) \\ \frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 210 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{lrl} (1) & x + y & = 1.650 \\ (2) \times 10 & x + 2y & = 2.100 \\ \hline & -y & = -450 \\ & y & = 450 \end{array} \quad -$$

Substitusi $y = 450$ ke (1), maka diperoleh

$x + 450 = 1.650$

$x = 1.200$

Sebanyak 1.200 kg koran bekas dan 450 kg majalah bekas merupakan jawaban permasalahan di atas. Jadi, banyaknya koran bekas bulan lalu adalah 1.200 kg dan banyaknya majalah bekas bulan lalu adalah 450 kg.

Soal 6

Total banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan di suatu SMP tahun lalu adalah 220 peserta didik. Tahun ini peserta didik laki-laki mengalami kenaikan sebesar 5%, sedangkan banyaknya peserta didik perempuan mengalami penurunan sebesar 2%. Secara keseluruhan, banyaknya peserta didik mengalami kenaikan sebesar 4 orang.

(1) Carilah banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan tahun lalu.

(2) Carilah banyaknya peserta didik laki-laki dan peserta didik perempuan tahun ini.

Contoh 4

Sebanyak 400 g larutan garam 8% dibuat dengan mencampur larutan garam 10% dan larutan garam 5%. Berapa gram larutan 5% dan larutan garam 10% yang dicampur?

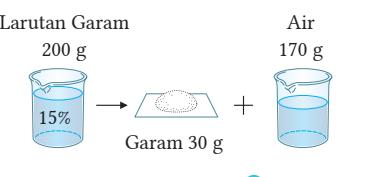
Cara

Dengan menggunakan hubungan antarkuantitas, misalkan sebanyak x gram dari larutan garam 10% dan y gram dari larutan garam 5% dicampur.

Konsentrasi	10%	5%	8%
Larutan garam (g)	x	y	400
Garam (g)	$x \times \frac{10}{100}$	$y \times \frac{5}{100}$	$400 \times \frac{8}{100}$

Ulasan

Konsentrasi larutan garam (%)

$$= \frac{\text{Banyak garam (g)}}{\text{Total Larutan (g)}} \times 100$$

[Contoh 1]
Larutkan 20 g garam ke dalam 80 g air akan menghasilkan larutan garam 20%.

[Contoh 2]
Dalam 200 gram larutan garam 15% terdapat 30 g garam yang larut.

SMP Kelas VII

Penyelesaian

Misalkan x g dari 10% larutan garam dan y g dari 5% larutan garam dicampur, maka kita peroleh

$$\begin{cases} x + y = 400 & (1) \\ \frac{10}{100}x + \frac{5}{100}y = 400 \times \frac{8}{100} & (2) \end{cases}$$

(1) × 10 $\quad 10x + 10y = 4000$

(2) × 100 $\quad 10x + 5y = 3200$ −

$$5y = 800$$

$$y = 160$$

Substitusi $y = 160$ ke (1), maka kita peroleh

$x + 160 = 400$

$x = 240$

Jadi 240 gram harus dilarutkan pada larutan garam 10% dan 160 gram harus dilarutkan pada larutan garam 5%.

Soal 7

Sebanyak 200 g larutan garam 15% dibuat dengan mencampur larutan garam 12% dan larutan garam 20%. Berapa gram garam yang diperlukan masing-masing larutan garam 12% dan larutan garam 20%?

Mari Kita Periksa

1

Menggunakan Sistem Persamaan [Hlm.46]

Pada tahun 1990, biaya prangko untuk mengirim surat adalah adalah Rp.15.000,00. Saya menggunakan 7 lembar prangko terdiri dari seribuan dan prangko seharga Rp.3.000,00. Carilah berapa banyak prangko seharga Rp.1.000,00 dan Rp.3.000,00 yang digunakan!

Sumber: facebook.com

2

Menggunakan Sistem Persamaan [Hlm.46]

Terdapat dua bilangan. Selisih kedua bilangan itu adalah 40. Jika dua kali bilangan yang lebih kecil ditambahkan 10 maka hasilnya adalah bilangan lebih besar. Carilah kedua bilangan tersebut!

Mengapa Kita Perlu Memeriksa Penyelesaian?

Heru membuat sebuah soal matematika seperti berikut.

> Saya ingin membeli total sebanyak 12 buah makanan terdiri dari kue dan roti seharga tepat 20.000 rupiah. Berapa banyak masing-masing kue dan roti yang dapat saya beli?

Misalkan banyaknya kue x buah, dan banyaknya roti y buah. Buatlah sistem persamaan dan selesaikan. Apakah penyelesaiannya menyelesaikan permasalahan? Diskusikan mengapa kita perlu memeriksa penyelesaian yang diperoleh.

Soal Ringkasan

Jawaban pada Hlm.231

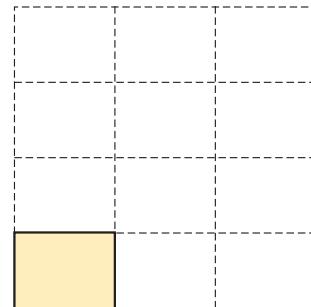
Gagasan Utama

1 Jawablah pertanyaan berikut dengan mengacu pada persamaan linear dua variabel $2x + y = 8$.

(1) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases}$ Dapatkah $x = 6$ dinyatakan sebagai penyelesaian dari persamaan ini?

(2) Jika kita misalkan x dan y adalah bilangan-bilangan asli, carilah semua jawaban dari persamaan!

2 Selesaikanlah setiap sistem persamaan ini!

(1) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x - y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 7x + 2y = -6 \\ 5x - 4y = 12 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 3x + 4y = -5 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ y = -2x + 7 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -5y + 1 \\ 2x - y = -9 \end{cases}$

3 Harga total tiket masuk sebuah museum seni di Jepang adalah 1.550 yen untuk 1 dewasa dan 3 peserta didik SMP, serta 2.750 yen untuk 2 dewasa dan 5 peserta didik SMP. Carilah harga tiket masuk untuk masing-masing 1 dewasa dan 1 peserta didik SMP!

4 Sebuah persegi panjang memiliki keliling 28 cm. Jika kita meletakkan 4 persegi panjang ini secara vertikal dan tiga persegi panjang secara horizontal, kita akan memperoleh sebuah persegi. Carilah panjang dan lebar dari persegi panjang tersebut!

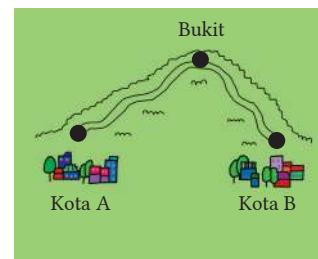
5 Buatlah soal mengenai sistem persamaan dengan menggunakan $x + y = 9$ sebagai salah satu persamaan. Selesaikan soal yang dibuat dan carilah jawabannya!

BAB 2 Soal Ringkasan

Penerapan

1 Selesaikan setiap sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 2(x-y)-3y=10 \\ 4x-(x+y)=28 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0{,}19x-1{,}05y=2 \\ 3{,}8x+8{,}5y=10{,}5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x-\dfrac{y}{7}=-5 \\ \dfrac{3x+2y}{4}=-1 \end{cases}$ (4) $5x-3y+1=4x-2y=10-6x+3y$

2 Carilah nilai a dan b sehingga dua pasang sistem persamaan linear

$\begin{cases} ax+by=1 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$ dan $\begin{cases} 3x-5y=-1 \\ bx+ay=4 \end{cases}$ memiliki penyelesaian yang sama.

3 Usia ayah sekarang adalah 3 kali usia anaknya. Lima belas tahun kemudian, usia ayah 2 kali usia anaknya. Carilah usia ayah dan anaknya sekarang.

4 Populasi sebuah kota pada saat ini adalah 5.373 jiwa. Dibanding populasi tahun lalu, banyaknya penduduk pria turun sebesar 2%, dan banyaknya penduduk wanita naik 4%, serta total populasi naik sebanyak 48. Carilah banyaknya populasi penduduk pria dan wanita tahun lalu.

5 Saya bepergian dari kota A ke kota B dan kembali lagi ke kota A dengan melintasi bukit. Pada saat pulang, saya naik bukit dengan kecepatan 2 km/jam, dan turun bukit dengan kecepatan 6 km/jam. Perjalanan dari kota A ke kota B memerlukan waktu 1 jam 40 menit, sedangkan perjalanan pulang perlu 1 jam. Carilah jarak tempuh antara kota A dan kota B.

6 Ada sebuah bilangan asli dua angka. Jumlah angka puluhan dan angka satuan adalah 12. Sebuah bilangan asli dibentuk dengan menukar angka puluhan dengan angka satuan dan sebaliknya, dan besarnya 18 lebihnya dari bilangan asli mula-mula. Carilah bilangan asli mula-mula.

Penggunaan Praktis

1 Dengan mengikuti suatu aturan, bilangan-bilangan berikut disusun secara teratur dimulai dari atas seperti berikut.

			2		3			
		2		5		3		
	2		7		8		3	
2		9		15		11		3

(1) Aturan apa yang cocok untuk susunan bilangan tersebut? Dengan memisalkan bilangan-bilangan pada baris pertama dengan a dan b, lengkapilah tabel berikut.

(2) Pada gambar di (1), aturan apa yang cocok untuk bilangan di tengah pada baris keempat. Tentukan mana yang sesuai berikut.

ⓐ Bilangan genap ⓑ Bilangan ganjil ⓒ Kelipatan 3

ⓓ Kelipatan 6 ⓔ 3 kali $(a + b)$ di baris 2

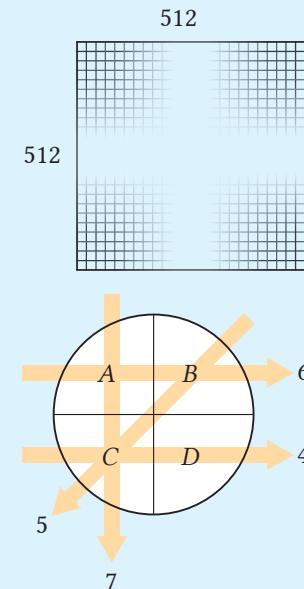
(3) Pada gambar berikut, hanya dua bilangan yang diketahui. Misalkan bilangan-bilangan di baris pertama adalah x dan y. Tentukanlah nilai x dan y.

BAB 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Pendalaman Materi

CT Scan dan Matematika

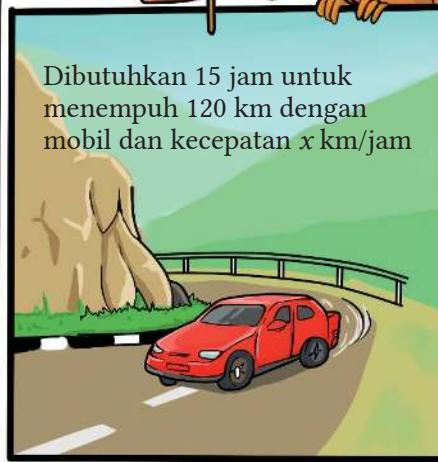
Tingkatkan

Di rumah sakit, ketika melakukan *check up* lengkap, pasien menggunakan mesin seperti CT (*Computer Tomography*) seperti pada gambar di sebelah kanan. Mesin ini mengeluarkan sinar-X dan radiasi lain ke dalam sebuah objek dari berbagai arah. Dengan mengukur banyaknya sinar-X yang tersisa setelah melewati objek terebut, maka dapat ditentukan banyaknya sinar-X yang diserap oleh tiap bagian. Dengan kata lain, dapat dicari penyerapan sinar-X untuk setiap bagian. Untuk mencari penyerapan sinar-X untuk setiap bagian, misalkan penyerapan sebagai hal yang tidak diketahui, maka kita dapat menggunakan sistem persamaan linear.

Sumber: pantiwilasa.com

Catatan Mulai saat ini, kita akan menggunakan bilangan yang harus dicari sebagai hal yang tidak diketahui atau variabel.

Hal yang biasa dilakukan untuk mengukur penyerapan adalah dengan membagi objek ke dalam (512 × 512) bagian. Tetapi, untuk mempermudah, kita akan membagi objek ke dalam (2 × 2) irisan. Misalkan keempat bagian yang harus diperiksa adalah A, B, C, dan D. Jika kita misalkan nilai-nilai yang diperoleh secara berurutan seperti tampak pada gambar di sebelah kanan, ketika sinar-X dipancarkan pada objek, kita dapat menyatakan hubungan ini dengan menggunakan sistem persamaan berikut.

$$\begin{cases} A + B = 6 \\ C + D = 4 \\ A + C = 7 \\ B + C = 5 \end{cases}$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan ini, kita dapatkan penyerapan sinar-X untuk setiap bagian.

1 Pikirkan bagaimana kita dapat menyelesaikan sistem persamaan di atas.

2 Pilih nilai-nilai sinar-*X* oleh kamu sendiri, dan coba kerjakan untuk menentukan *A*, *B*, *C*, dan *D* dengan menggunakan sistem persamaan linear.

Pekerjaan Terkait
[Dokter, Teknisi Radiologi]

Ulasan

Hubungan apakah fungsi itu?

Pada contoh berikut, y adalah fungsi dari x. Sebutkan apakah hubungan ini senilai, berbalik nilai, atau lainnya?

Terdapat 500 ml air. Setelah diminum x mℓ, tersisa y mℓ

Dibutuhkan 15 jam untuk menempuh 120 km dengan mobil dan kecepatan x km/jam

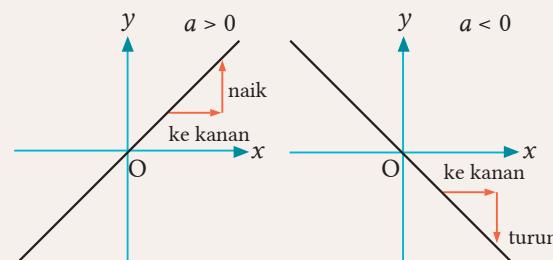
Untuk kawat seberat 20 g/m, berat x meter adalah y gram

Bab 3 Fungsi Linear

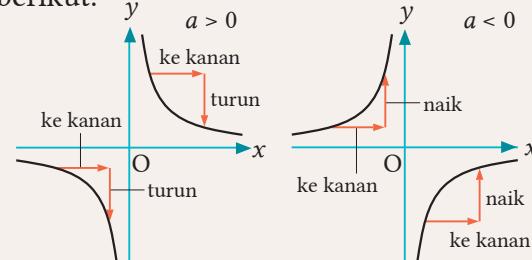
Apa yang telah dipelajari sejauh ini?

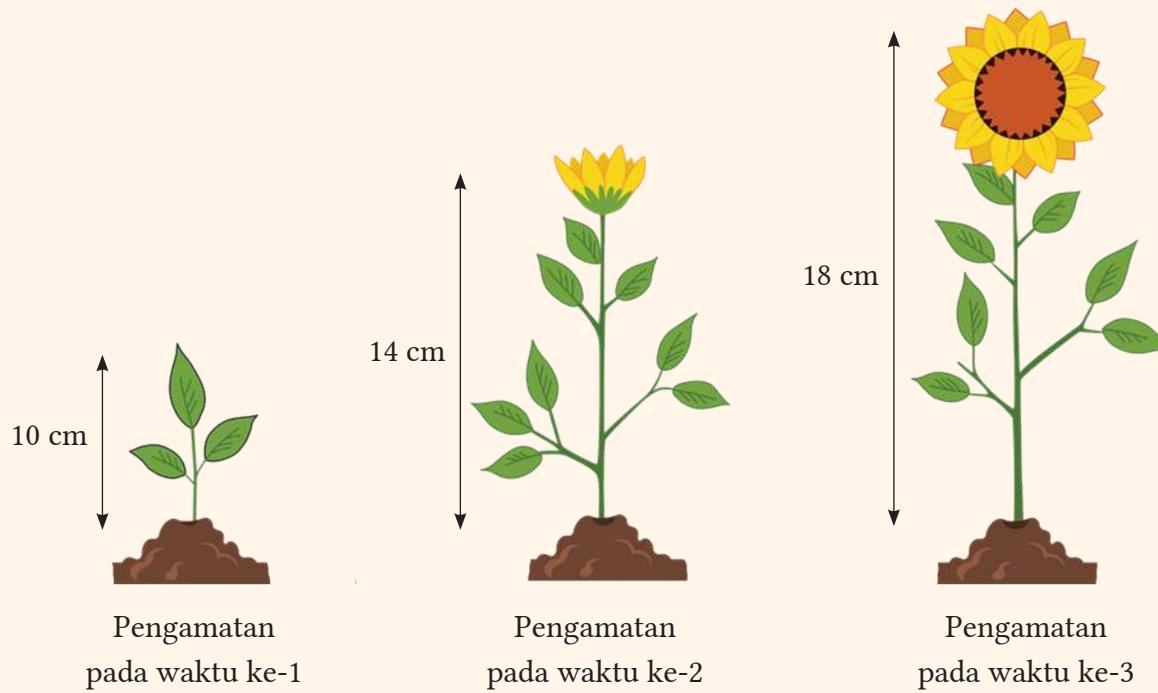
[Fungsi]

Sepasang variabel x dan y berubah bersama. Jika nilai x ditentukan dan hanya satu nilai y yang berkorespondensi, y adalah fungsi dari x.

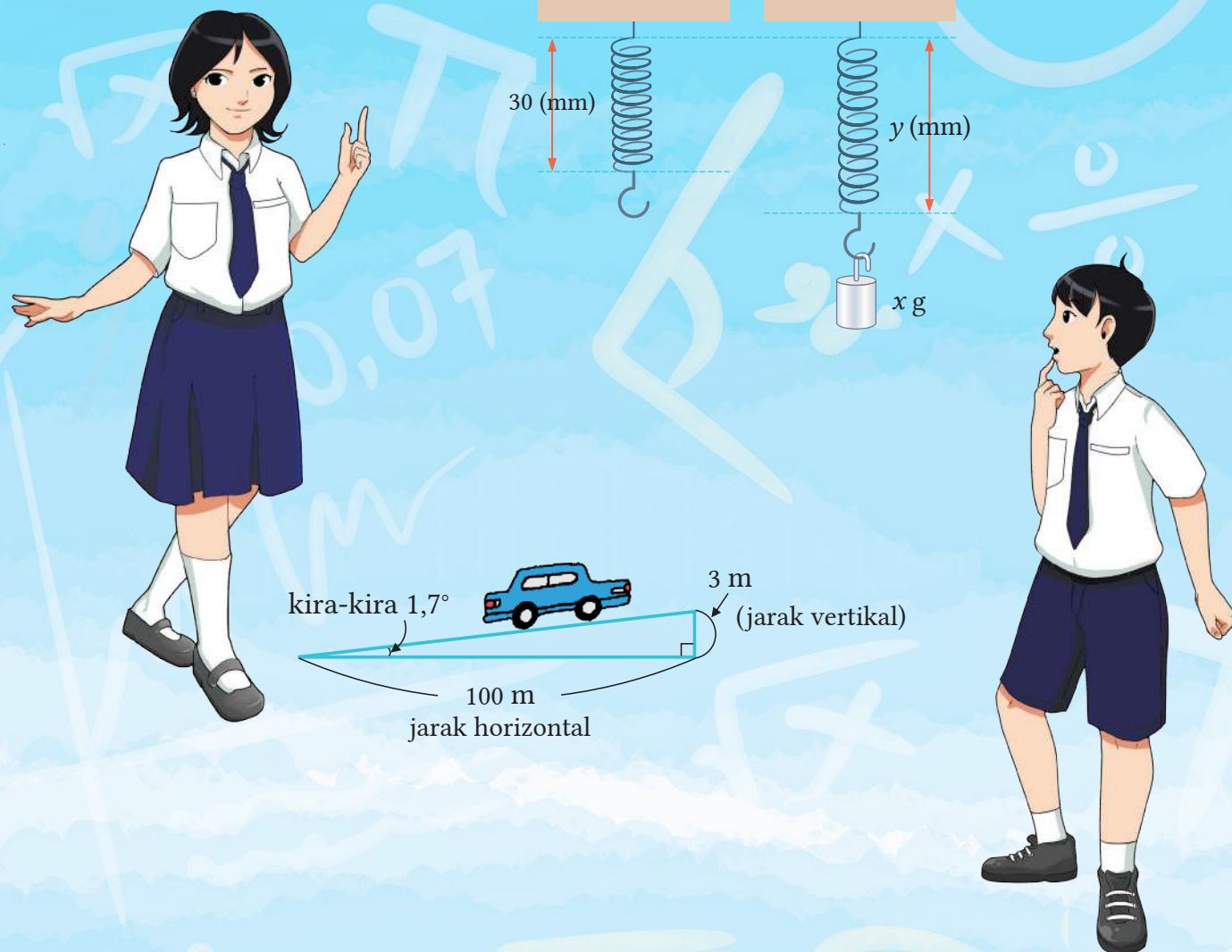
[Perbandingan Senilai]

Bila y adalah fungsi dari x, maka hubungan antara variabel x dan y dapat dinyatakan dengan $y = ax$. Kita nyatakan bahwa y perbandingannya senilai dengan x. Namun, a adalah konstan dan tidak 0. Kita nyatakan a adalah konstanta perbandingan.

[Perbandingan Berbalik Nilai]

Bila y adalah fungsi dari x, maka hubungan antara x dan y dapat dinyatakan dengan $y = \frac{a}{x}$. Kita katakan bahwa y perbandingannya berbalik nilai dengan x. Dengan a adalah konstanta dan tak nol. Kita namakan a sebagai konstanta kesebandingan.

[Grafik Perbandingan Senilai]

Grafik fungsi $y = ax$ yang menyatakan suatu hubungan senilai adalah sebuah garis yang melalui titik asal seperti ditunjukkan berikut.

[Grafik Perbandingan Berbalik Nilai]

Grafik fungsi $y = \frac{a}{x}$ yang menyatakan hubungan berbalik nilai adalah berupa hiperbola seperti berikut.

Belajarlah terus dengan sungguh-sungguh, kelak akan tiba waktu menuainya.

(Anonim)

Pengamatan
pada waktu ke-1

Pengamatan
pada waktu ke-2

Pengamatan
pada waktu ke-3

$$y = 4x + 6$$

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-798-6 (jil.2)

Fungsi Linear

30 (mm)

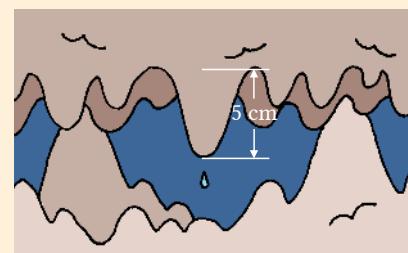
y (mm)

x g

kira-kira 1,7°

3 m
(jarak vertikal)

100 m
jarak horizontal

Setelah berapa tahun?

Terdapat banyak stalaktit di berbagai gua di Pacitan. Pada gua-gua stalaktit, terdapat beberapa tempat di mana air menetes dari atap gua dan akibatnya sebuah batu terbentuk seperti es beku. Batu yang terbentuk dari proses ini selama bertahun-tahun dinamakan *stalaktit*.

Sumber: https://www.boombastis.com/gua-di-indonesia/67398

Ketika kita mengukur panjang dari sebuah stalaktit di gua stalaktit, diketahui panjangnya 5 cm. Jika stalaktit tersebut bertambah panjang 1 cm setiap 30 tahun, setelah berapa tahunkah panjang stalaktit menjadi 15 cm?

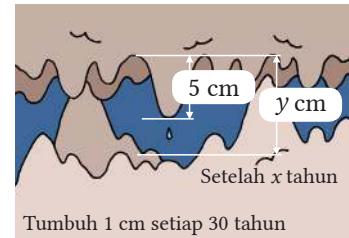
Sumber: Ilmudasar.com

Untuk masalah pada nomor 1 di halaman sebelumnya, Dewi memisalkan panjang stalaktit setelah x tahun adalah y cm, membuat tabel berikut, dan mencari dalam berapa tahun panjang stalaktit menjadi 15 cm. Lengkapi tabel dan carilah dalam berapa tahun stalaktit menjadi 15 cm.

x (tahun)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
y (cm)	5	6	7								

Untuk soal pada nomor 2, dapatkah kita menyatakan bahwa y adalah fungsi dari x? Dapatkah kita menyatakan bahwa mereka memiliki hubungan senilai atau berbalik nilai, yang sudah kita pelajari di SMP Kelas VII?

Dapatkah kita menyatakan sebuah fungsi yang bukan sebuah senilai atau berbalik nilai menggunakan sebuah persamaan?

Hlm.62

1 Fungsi Linear

1 Fungsi Linear

• Tujuan • Peserta didik dapat menganalisis hubungan antara pasangan bilangan/kuantitas yang keduanya bisa berubah dan menyatakannya ke dalam bentuk persamaan.

Pada soal 2 di halaman sebelumnya, berapa cm panjang stalaktit akan bertambah setelah x tahun? Dan saat itu, berapa panjang stalaktitnya?

Pada soal 2 di halaman sebelumnya, jika nilai x ditentukan dan terdapat hanya 1 nilai y yang berkorespondensi, maka y adalah fungsi dari x.

Panjang stalaktit saat ini adalah 5 cm dan terus tumbuh 1 cm tiap 30 tahun. Jadi, jika kita misalkan panjang stalaktit setelah x tahun dari sekarang adalah y cm, maka hubungan antara x dan y dapat dinyatakan dengan persamaan berikut.

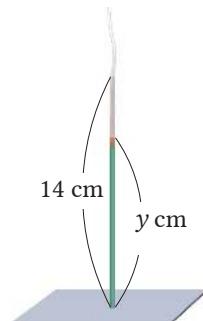
Tumbuh 1 cm tiap 30 tahun berarti tumbuh $\frac{1}{30}$ cm tiap tahun.

$$y = \frac{1}{30}x + 5$$

Soal 1 Pada Q, berapa panjang stalaktit setelah 60 tahun? Setelah berapa tahunkah stalaktit panjangnya menjadi 15 cm?

Bila y adalah fungsi dari x, maka y dapat dinyatakan dalam x menggunakan persamaan linear seperti $y = \frac{1}{30}x + 5$. Kita menyatakan bahwa y adalah fungsi linear dari x.

Secara umum, dengan memisalkan a sebagai konstanta yang tidak nol serta b adalah konstanta, kita dapat menyatakan fungsi linear ke dalam bentuk $y = ax + b$.

Bentuk $y = ax$ dapat dipandang sebagai fungsi linear $y = ax + b$ dengan $b = 0$. Jadi, sebuah perbandingan senilai merupakan fungsi linear.

Contoh 1

Sebagaimana ditunjukkan di Contoh 1 halaman 21, suhu udara turun 6°C setiap naik 1 km di atas permukaan tanah. Hal ini terjadi sampai dengan 11 km di atas permukaan tanah. Jadi, ketika suhu udara 18°C di atas permukaan tanah, dengan memisalkan suhu udara y°C di ketinggian x km, maka hubungan antara x dan y dapat dinyatakan dengan $y = 18 - 6x$. Atau dengan kata lain, $y = -6x + 18$. Oleh karena itu, y adalah fungsi linear dari x.

Sumber: Tribunnews.com

Soal 2

Suatu batang dupa memiliki panjang 14 cm. Misalnya panjang batang adalah y cm setelah dibakar selama x menit. Ketika menyelidiki hubungan antara x dan y, kita akan mendapatkan tabel berikut. Jawablah pertanyaan berikut.

x (menit)	0	4	8	12	16	20	24	28
y (cm)	14	12	10	8	6	4	2	0

(1) Berapa cm kah batang dupa berkurang setiap satu menit?

(2) Nyatakan y dalam x menggunakan suatu persamaan.

(3) Dapatkah kita menyatakan bahwa y adalah fungsi linear dari x?

Soal 3

Untuk (1) sampai (4) berikut, nyatakan y dalam x menggunakan persamaan. Dapatkah kita juga menyatakan bahwa y adalah fungsi linear dari x?

(1) Pada sebuah persegi panjang, panjangnya 6 cm, lebarnya x cm, dan kelilingnya y cm.

(2) Jika kita perlu x jam untuk berlari sejauh 28 km, maka kecepatannya adalah y km per jam.

(3) Jika kita membeli sebuah produk seharga x rupiah dengan diskon 20%, maka harganya menjadi y rupiah.

(4) Luas lingkaran dengan jari-jari x cm adalah y cm^2.

Jika y dinyatakan sebagai bentuk linear dari x, maka kita nyatakan y sebagai fungsi linear.

Apakah nilai-nilai dari fungsi linear berubah seperti perbandingan?

Hlm.64

2 Tingkat Perubahan

Tujuan Peserta didik dapat menentukan tingkat perubahan nilai pada fungsi linear.

Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, lengkapi tabel berikut dan selidiki besarnya kenaikan nilai y ketika nilai x meningkat sebesar 1. Jika nilai x berubah menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, ..., apakah nilai y juga berubah menjadi 2 kali lipat, 3 kali lipat, ...?

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	-1						...

(Kenaikan x: 1, 1, 1, 1, 1, 1; kenaikan y: 2, □, □, □, □, □)

Contoh 1 Bandingkan perubahan nilai-nilai x dan y pada fungsi linear $y = 2x + 3$, dengan x berubah dari -1 sampai dengan 1.

Penyelesaian

Bila nilai x naik dari -1 hingga 1, maka nilai y naik dari 1 hingga 5. Banyaknya peningkatan dalam x adalah $1 - (-1) = 2$, dan banyaknya peningkatan dalam y adalah $5 - 1 = 4$.
Jadi, banyaknya peningkatan dalam y adalah 2 kali lipat peningkatan dalam x.

x	...	-1	...	1	...
y	...	1	...	5	...

(Peningkatan x: 2; peningkatan y: 4)

Perbandingan banyaknya peningkatan dalam y terhadap peningkatan dalam x dinamakan *tingkat perubahan*.
Pada Contoh 1, tingkat perubahan dapat ditentukan seperti berikut.

$$\text{(tingkat perubahan)} = \frac{\text{(peningkatan dalam } y)}{\text{(peningkatan dalam } x)}$$

$$\frac{\text{(peningkatan dalam } y)}{\text{(peningkatan dalam } x)} = \frac{5 - 1}{1 - (-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

Soal 1 Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, carilah tingkat perubahannya untuk setiap peningkatan nilai x berikut.

(1) dari 0 hingga 3 (2) dari -3 hingga 1

Soal 2

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut terkait fungsi linear $y = -3x + 1$.

(1) Lengkapi tabel berikut.

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…								…

(2) Cari tingkat perubahan untuk setiap peningkatan dalam x berikut.

① dari −3 hingga 0 ② dari 2 hingga 4

Soal 3

Berdasarkan Soal 1 di halaman sebelumnya, apa yang dapat kita nyatakan tentang tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$? Bagaimana dengan $y = -3x + 1$ di Soal 2?

Tingkat perubahan dari fungsi linear dapat dirangkum seperti berikut.

PENTING

Tingkat Perubahan Fungsi Linear

Tingkat perubahan dari fungsi linear $y = ax + b$ adalah konstan, yaitu sama dengan a, yakni koefisien x.

Soal 4

Pada Contoh 1 di halaman 63, nyatakan tingkat perubahan dari fungsi linear $y = -6x + 18$. Apa yang dinyatakan oleh fungsi tersebut?

Soal 5

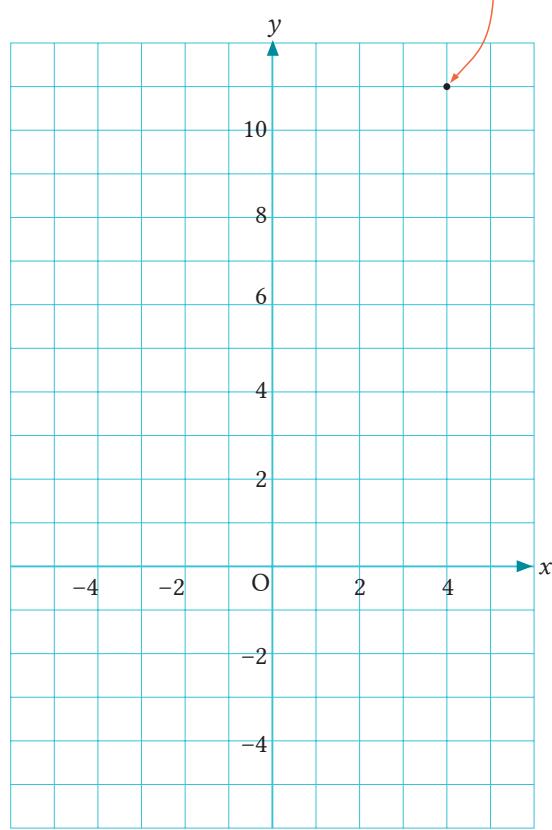
Pada fungsi linear $y = 2x + 3$ dan $y = -3x + 1$, carilah banyaknya peningkatan dalam y ketika banyaknya peningkatan dalam x adalah 3.

Soal 6

Diskusi

Dapatkah kita menyatakan bahwa tingkat perubahan dari perbandingan berbalik nilai $y = \frac{6}{x}$ itu konstan? Lengkapi tabel berikut dan selidikilah. Juga, diskusikan dengan yang lain apakah kita dapat menyatakan bahwa perbandingan berbalik nilai adalah fungsi linear.

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
y	…				X				…

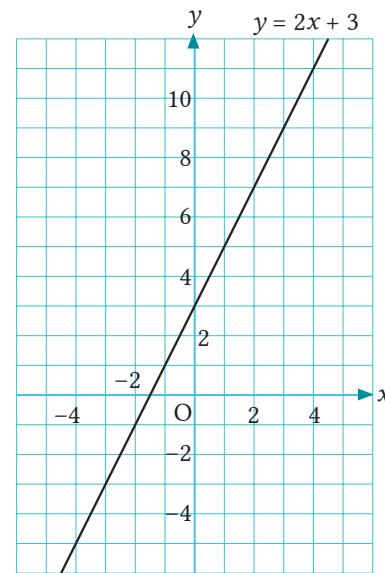
Tingkat perubahan fungsi linear adalah konstan.

3 Grafik Fungsi Linear

Peserta didik dapat menganalisis grafik fungsi linear pada sistem koordinat Cartesius dan menentukan sifat-sifatnya.

Tabel berikut menunjukkan pasangan nilai x dan y dari fungsi $y = 2x + 3$. Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan-pasangan bilangan x dan y tersebut pada bidang Cartesius berikut.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11	...

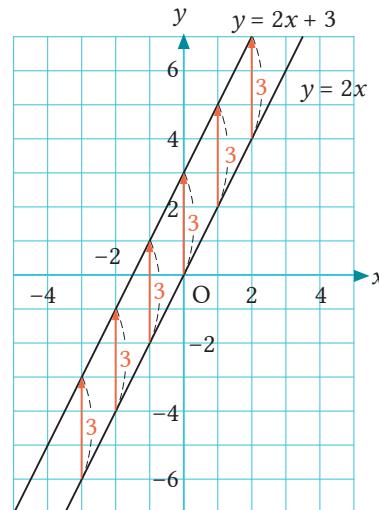
Soal 1

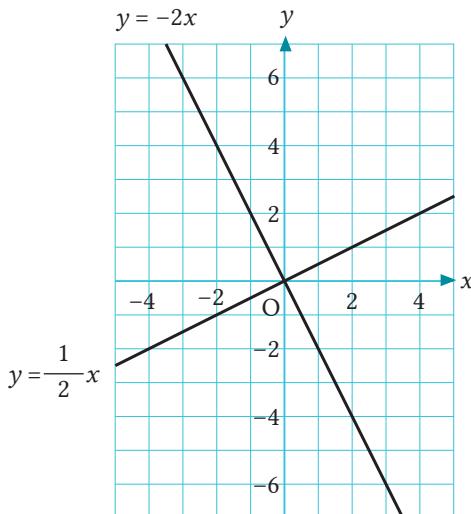
Carilah nilai y yang berkorespondensi dengan nilai x yang berubah dari -4 hingga 4 sebesar 0,5. Juga, gambarkan koordinat-koordinat pasangan x dan y pada gambar di atas.

Pada fungsi linear $y = 2x + 3$, bila kita gambarkan titik-titiknya, maka kumpulan titik-titik tersebut akan menjadi sebuah garis seperti digambarkan di sebelah kanan. Garis ini adalah grafik dari fungsi linear $y = 2x + 3$.

Berpikir Matematis

Perhatikan bahwa jika banyak sekali titik yang digambarkan, maka himpunan titik tersebut membentuk sebuah garis.

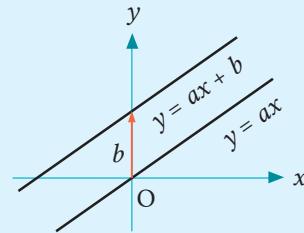
Soal 2

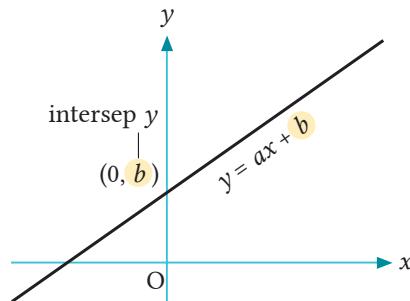
Pada fungsi linear $y = -2x + 3$, carilah pasangan nilai dari x dan y, kemudian gambarlah grafiknya pada bidang Cartesius.

Mari kita selidiki perbedaan antara grafik fungsi linear dan grafik perbandingan senilai.

Lengkapi tabel berikut dan gambarkan grafik dari fungsi linear $y = 2x$ pada bidang Cartesius.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = 2x$	...								...
$y = 2x + 3$	...								...

Fungsi linear $y = 2x$ menyatakan hubungan perbandingan senilai. Grafiknya melalui titik pusat koordinat. Juga, untuk setiap nilai x, nilai dari $2x + 3$ selalu lebih besar 3 daripada $2x$. Oleh karena itu, grafik $2x + 3$ adalah berupa garis yang diperoleh dengan cara mentranslasikan atau menggeser grafik $y = 2x$ sejauh 3 satuan searah sumbu y positif.

Soal 3

Grafik dari fungsi linear $y = 2x - 3$ adalah sebuah garis yang diperoleh dengan menggeser grafik $y = 2x$ ke arah mana?

Soal 4

Dengan menggunakan grafik $y = \frac{1}{2}x$ atau grafik $y = -2x$, gambarlah grafik dari fungsi linear berikut (gambar pada bidang sebelah kiri).

(1) $y = \frac{1}{2}x - 2$

(2) $y = -2x + 4$

Jika b positif, maka grafik dari fungsi linear $y = ax + b$ adalah sebuah garis yang diperoleh dengan menggeser grafik $y = ax$ sejauh b satuan dan searah sumbu y positif. Bagaimana dengan b negatif?

Konstanta b pada fungsi linear $y = ax + b$ adalah nilai dari y ketika $x = 0$. Hal ini berarti bahwa b adalah koordinat y dari titik $(0, b)$, yakni ketika grafik $y = ax + b$ memotong sumbu y.

Nilai b inilah yang disebut *intersep* grafik fungsi linear $y = ax + b$ dengan sumbu y, b juga dinamakan intersep y. Sebagai contoh, intersep dari grafik $y = 2x + 3$ dengan sumbu y adalah 3.

Catatan Intersep y adalah nilai y ketika grafik memotong sumbu y.

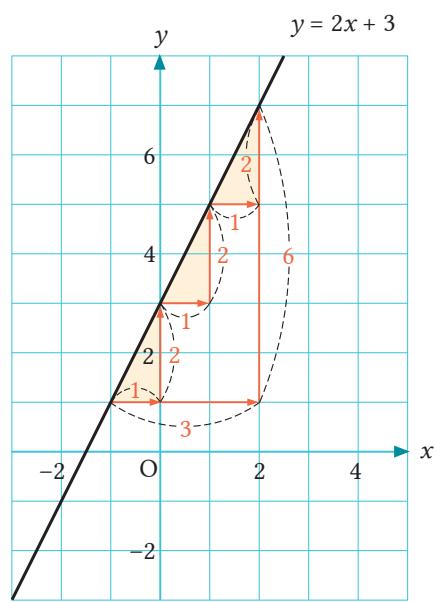
Soal 5

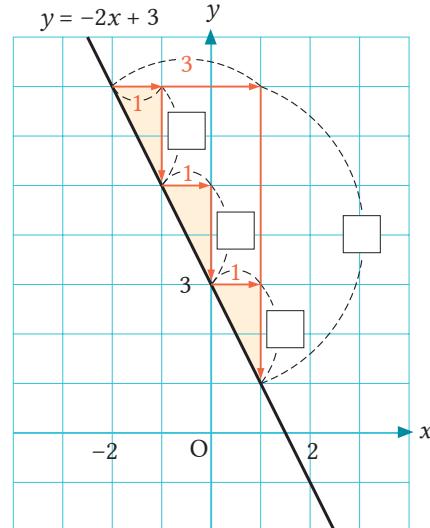
Tentukan titik potong dari grafik (1) dan (2) di Soal 4.

Nilai b pada $y = ax + b$ menyatakan intersep grafik dan ini merupakan koordinat y dari suatu titik yang berpotongan dengan sumbu y.

Apa makna tingkat perubahan a pada grafik?

Hlm.69

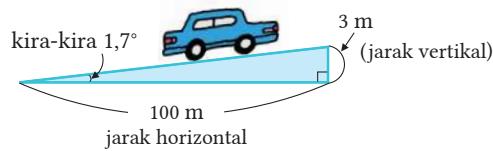
Peserta didik dapat menganalisis hubungan antara tingkat perubahan dan grafik fungsi linear.

Berapakah tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$?

Tingkat perubahan dari fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah

$$\frac{(\text{kenaikan dalam } y)}{(\text{kenaikan dalam } x)} = 2$$

Hal ini berarti, ketika nilai x naik 1, maka nilai y naik 2, dan ketika nilai x naik 3, maka nilai y naik sebanyak 6. Oleh karena itu, jika kita menggeser satu titik pada grafik $y = 2x + 3$, satu satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas, atau 3 satuan ke kanan dan 6 satuan ke atas, maka hasil pergeseran itu akan tetap berada pada grafik.

Soal 6

Gambar di samping kanan merupakan upaya penyelidikan hubungan antara posisi dua titik pada grafik fungsi linear $y = -2x + 3$. Isilah tiap ☐ pada gambar tersebut.

Soal 7 Diskusi

Diskusikan perbedaan grafik-grafik fungsi linear antara yang memiliki tingkat perubahan positif dan yang memiliki tingkat perubahan negatif.

Kemiringan suatu bidang miring atau suatu tangga dapat ditentukan dengan

$$\frac{\text{(Jarak vertikal)}}{\text{(Jarak horizontal)}}$$

Sebagai contoh, kita dapat menggunakan $\frac{3}{100}$ untuk menyatakan kemiringan bidang miring seperti gambar di sebelah kanan.

Secara serupa, kemiringan dari sebuah grafik dari fungsi linear $y = ax + b$ bergantung pada tingkat perubahan a. Untuk alasan ini, a disebut *kemiringan* atau *gradien* dari grafik fungsi linear. Sebagai contoh, kemiringan dari grafik fungsi linear $y = 2x + 3$ adalah 2.

Soal 8 Tentukan kemiringan dari tiap grafik fungsi-fungsi linear berikut.

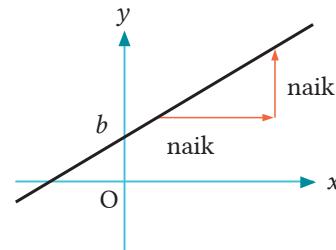
(1) $y = \frac{1}{2}x$ (2) $y = -2x + 4$

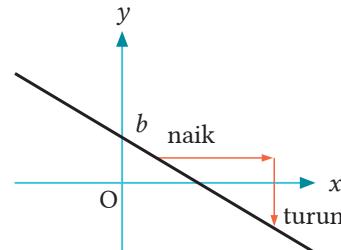
Kemiringan dari Jalan Landai

Berdasarkan "Peraturan Pengembangan Kota" dari Provinsi Chiba di Jepang, bila membangun jalan landai sebagai tempat umum, maka "kemiringan jalan tidak boleh melebihi seperdua belas".

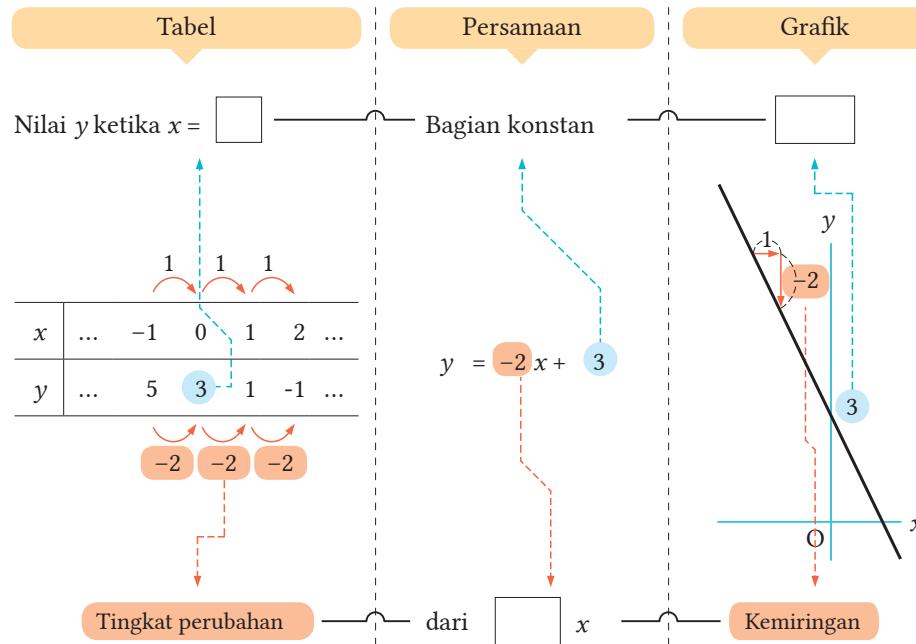
Sumber: Stud With Your Friend Grade 8

Taman Provinsi Chiba, Tateyama Yachono-Mori (Kota Tateyama, Provinsi Chiba)

Berdasarkan standar tersebut, bila membangun jalan landai dengan kenaikan 50 cm, paling sedikit berapa meterkah jarak horizontal dari jalan tersebut?

Dari yang sudah kita pelajari sejauh ini, grafik fungsi linear dapat dirangkum seperti berikut.

PENTING

Grafik fungsi linear $y = ax + b$

Grafik fungsi linear $y = ax + b$ adalah sebuah garis dengan kemiringan a dan intersep y adalah b.

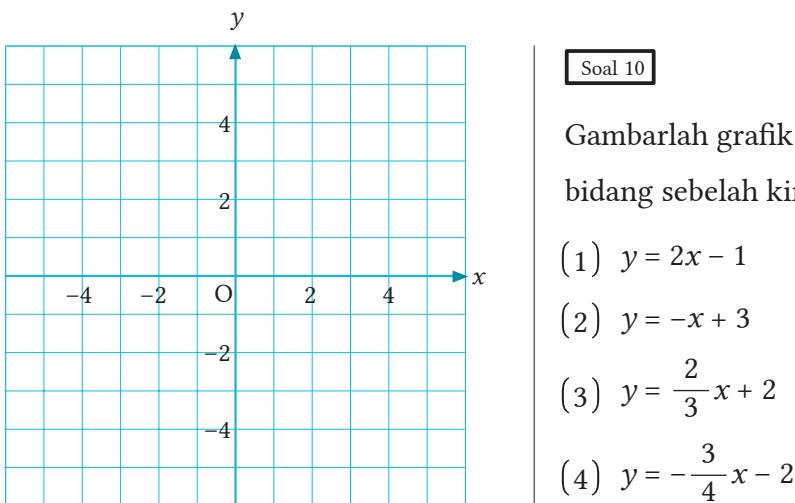
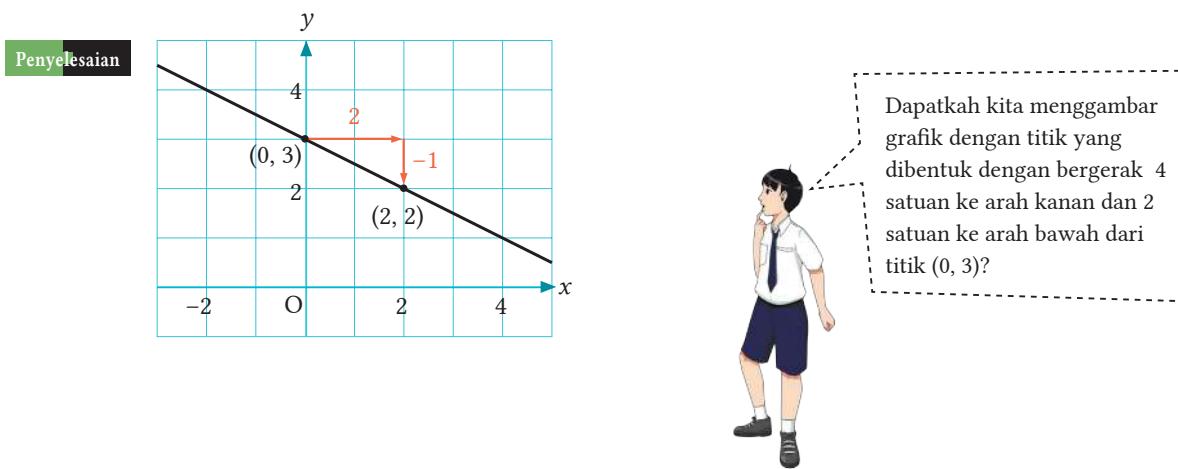
1. Jika $a > 0$, maka grafik naik ke kanan
2. Jika $a < 0$, maka grafik turun ke kanan

Catatan Semakin besar nilai x atau y, maka dikatakan naik. Semakin kecil nilai x atau y, maka dikatakan turun.

Soal 9

Jika kita menggunakan fungsi $y = -2x + 3$ untuk menunjukkan hubungan antara tabel, persamaan, dan grafik fungsi linear, maka kita memperoleh gambar berikut. Isilah tiap tanda ☐ pada gambar berikut.

Sekarang kita mengerti hubungan antara persamaan dan grafik fungsi linear.

Dengan menggunakan hubungan ini, dapatkah kita membuat grafik berdasarkan persamaan, atau mencari persamaan berdasarkan grafik?

Hlm. 72, 74

• Tujuan • Peserta didik dapat menggambar grafik fungsi linear.

Bagaimana Cara Menggambar Grafik Fungsi Linear?

Grafik dari perbandingan senilai dan fungsi linear adalah berupa garis. Kita dapat menggambar grafik fungsi linear dengan menentukan 2 titik berdasarkan kemiringan dan intersepnya.

Contoh 1 Gambarlah grafik dari fungsi linear $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

Cara Karena intersep y adalah 3, maka grafik akan melalui titik (0, 3) pada sumbu y. Juga, karena gradiennya adalah $-\frac{1}{2}$, maka kita dapat, misalnya, mulai dari titik (0, 3) bergerak 2 satuan ke arah kanan dan 1 satuan ke arah bawah, sehingga sampai di titik (2, 2). Grafik akan melewati titik ini.

Dapatkah kita menggambar grafik dengan titik yang dibentuk dengan bergerak 4 satuan ke arah kanan dan 2 satuan ke arah bawah dari titik (0, 3)?

Soal 10

Gambarlah grafik dari tiap fungsi linear berikut pada bidang sebelah kiri.

(1) $y = 2x - 1$

(2) $y = -x + 3$

(3) $y = \frac{2}{3}x + 2$

(4) $y = -\frac{3}{4}x - 2$

Interval dan Grafik

Pada fungsi linear $y = \frac{1}{2}x + 1$, carilah nilai-nilai dari y bila $x = 2$ dan $x = 6$.

Contoh 1

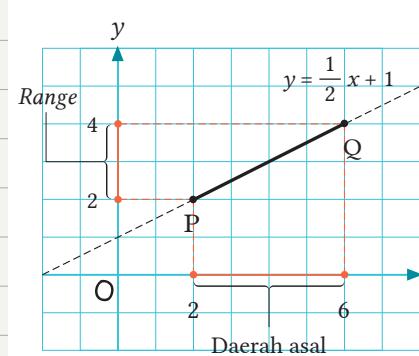
Gambarlah grafik fungsi linear $y = \frac{1}{2}x + 1$ jika domainnya (daerah asalnya) adalah $2 \le x \le 6$. Juga, carilah *range*-nya (daerah hasilnya).

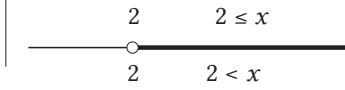
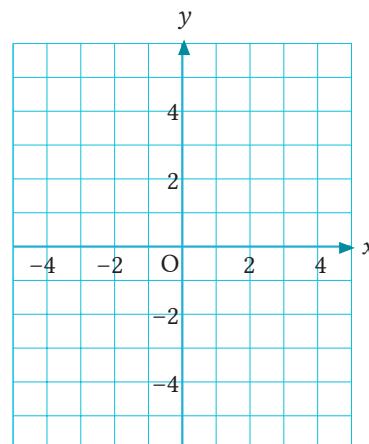
> **Ulasan**
>
> Nilai-nilai untuk x disebut domain (daerah asal) dan nilai-nilai y yang mungkin disebut *range* (daerah hasil).
>
> SMP Kelas VII

Penyelesaian

Jika $x = 2$, maka $y = 2$

Jika $x = 6$, maka $y = 4$

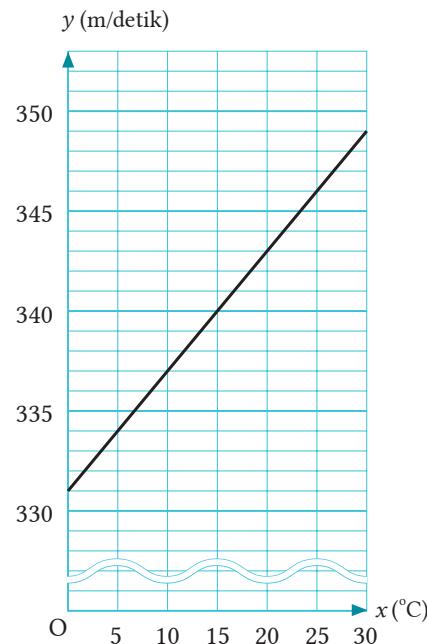
Oleh karena itu, grafiknya diwakili oleh ruas garis PQ yang menghubungkan titik P(2, 2) dan Q (6, 4).

Berdasarkan grafik, *range*-nya adalah $2 \le y \le 4$.

Jawab: $2 \le y \le 4$.

● Berarti bilangan termasuk dan ○ berarti bilangan tidak termasuk.

> Ulasan

> SMP Kelas VII

Soal 11

Jika domainnya adalah $-1 < x \le 3$, gambarlah grafik fungsi linear $y = -2x + 2$ pada bidang sebelah kanan. Carilah pula *range*-nya.

4 Bagaimana Cara Menemukan Persamaan Garis

Tujuan Peserta didik dapat menentukan persamaan fungsi linear berdasarkan grafik garis.

Kecepatan suara di udara berubah karena perubahan suhu. Misalkan kecepatan suara adalah y m/detik ketika suhu udara x℃. Grafik di sebelah kanan menyatakan hubungan antara x dan y.

(1) Bacalah kecepatan suara ketika suhu udara sebesar 0℃.

(2) Bagaimana kecepatan suara berubah ketika suhu udara meningkat 5℃? Apa yang terjadi jika suhu meningkat 1℃?

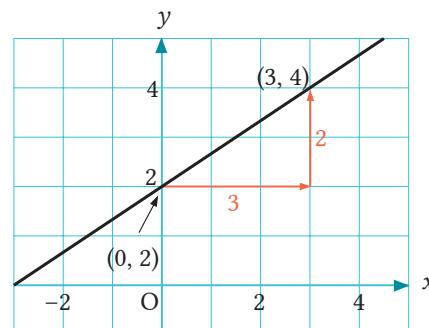
(3) Diskusikan jenis persamaan yang akan terbentuk jika kita menyatakan y dalam x menggunakan sebuah persamaan x dan y.

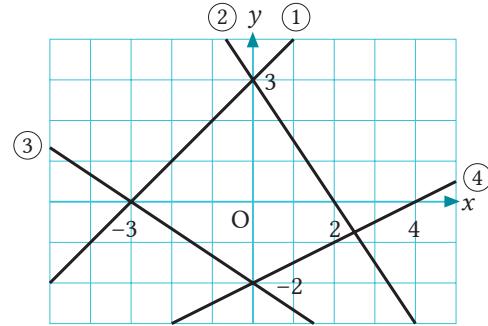
Contoh 1 Carilah persamaan dari fungsi linear yang gambar grafiknya berupa garis seperti berikut.

Cara Misalkan persamaannya $y = ax + b$. Temukan nilai kemiringan a dan intersep b dari grafik.

Penyelesaian

Misalkan persamaan $y = ax + b$.

Karena grafik melalui titik (0, 2), maka $b = 2$

Juga dari grafik, jika kita bergerak 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas, maka $a = \frac{2}{3}$

Oleh karena itu, persamaan dari fungsi linearnya adalah

$y = \frac{2}{3}x + 2$

Jawab: $y = \frac{2}{3}x + 2$

Persamaan seperti Contoh 1 pada halaman sebelumnya dinamakan persamaan sebuah garis.

Soal 1

Carilah persamaan-persamaan garis ① sampai ④ pada gambar di sebelah kanan.

Marilah kita cari persamaan sebuah garis dengan koordinat salah satu titik dan kemiringannya diketahui.

Contoh 2

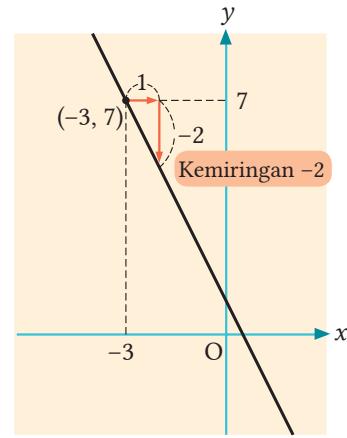
Carilah persamaan sebuah garis yang melalui titik $(-3, 7)$ dan memiliki kemiringan -2.

Penyelesaian

Misalkan persamaan garisnya $y = ax + b$.

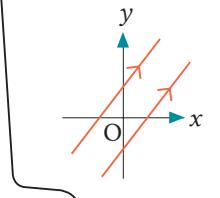
Karena $a = -2$

$y = -2x + b$ ①

Kita ketahui garis melalui titik $(-3, 7)$, substitusikan $x = -3$, $y = 7$ ke ①

$7 = -2 \times (-3) + b$

Dengan menyelesaikan persamaan ini, kita peroleh $b = 1$.

Oleh karena itu, persamaan garisnya adalah $y = -2x + 1$.

Jawab: $y = -2x + 1$

Soal 2

Carilah persamaan-persamaan dari garis-garis berikut.

(1) Garis yang melalui titik $(2, 4)$ dan memiliki kemiringan 3.

(2) Garis yang melalui titik $(-1, 2)$ dan kemiringan $-\frac{2}{3}$.

(3) Garis yang melalui titik $(3, 5)$ dan sejajar garis $y = x$.

Mari kita cari persamaan sebuah garis bila koordinat dua titik diketahui.

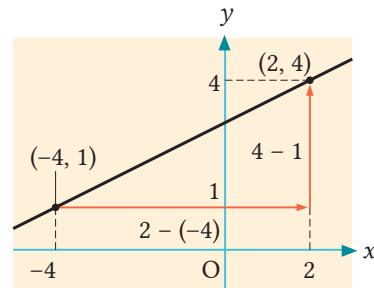
Contoh 3 Carilah persamaan garis yang melalui titik (–4, 1) dan titik (2, 4).

Penyelesaian

Misalkan persamaan garisnya $y = ax + b$. Karena garis melalui titik (–4, 1) dan titik (2, 4), maka tingkat perubahan adalah

$$a = \frac{4 - 1}{2 - (-4)}$$

Jadi, $y = \frac{1}{2}x + b$ ①

Substitusikan $x = -4$, $y = 1$ ke ①

$1 = \frac{1}{2} \times (-4) + b$

Selesaikan terhadap b, maka kita peroleh $b = 3$.

Oleh karena itu, persamaan garisnya adalah

$y = \frac{1}{2}x + 3$

Jawab: $y = \frac{1}{2}x + 3$

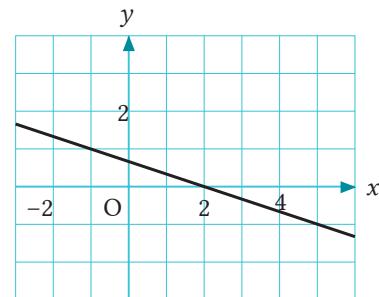
Soal 3 Untuk Contoh 3, Toni berpikir seperti berikut.

> Misalkan persamaannya $y = ax + b$.
> Bila $x = -4$, $y = 1$, maka persamaan menjadi $1 = -4a + b$. ①
> Bila $x = 2$, $y = 4$, maka persamaan menjadi $4 = 2a + b$. ②
> Nilai-nilai a dan b dapat dicari dengan menyelesaikan sistem persamaan ① dan ②.

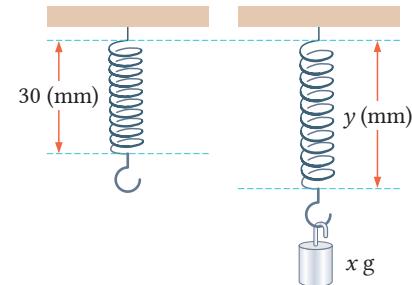
Carilah persamaan garis dengan menggunakan cara Toni.

Soal 4 Carilah persamaan-persamaan garis yang melalui pasangan titik-titik berikut.

(1) (2, 3), (4, 7)

(2) (–3, 11), (4, –10)

Soal 5 Carilah persamaan dari garis di samping kanan.

Apakah terdapat keterkaitan kuantitas-kuantitas di sekitar kita yang merupakan fungsi linear?

Hlm. 86

Mari Kita Periksa

1 Fungsi Linear

1

Fungsi Linear [Hlm.63] Cth. 1 S 2

Sebuah pegas memiliki panjang 30 mm. Misalkan panjang pegas adalah y mm ketika anak timbangan seberat x gram dipasang di ujung pegas. Tabel berikut merangkum hubungan antara x dan y.

x (g)	0	10	20	30	40
y (mm)	30	34	38	42	46

30 (mm) y (mm) x g

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

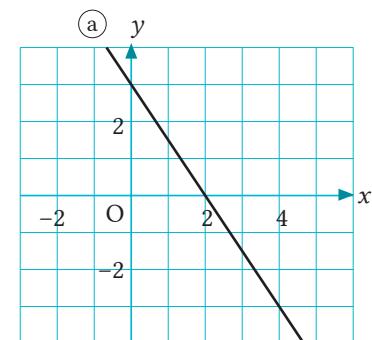
(1) Bagaimana perubahan panjang pegas bila berat berubah naik tiap 1 gram?

(2) Nyatakan y dalam x menggunakan suatu persamaan.

2

Tingkat Perubahan [Hlm.65] S 4 S 5

Cara Menggambar Grafik Fungsi Linear [Hlm.72] Cth. 1

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut terkait fungsi linear $y = \frac{1}{2}x - 2$.

(1) Nyatakan tingkat perubahannya.

(2) Carilah banyaknya peningkatan y ketika banyaknya peningkatan dalam x adalah 6.

(3) Gambarlah grafik tersebut pada gambar di bawah ini.

3

Bagaimana Cara Menemukan Persamaan Garis? [Hlm.74] Cth. 1 [Hlm.75] Cth. 2 [Hlm.76] Cth. 3

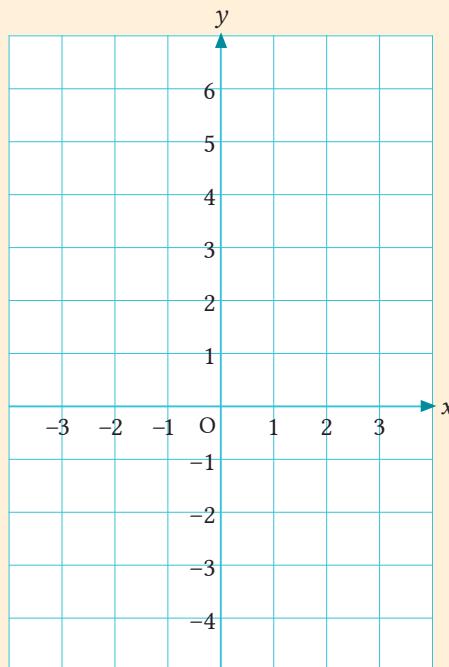
Carilah persamaan-persamaan garis-garis berikut.

(1) Garis ⓐ seperti pada gambar sebelah kanan.

(2) Garis yang melalui titik (−1, 0) dan memiliki kemiringan 3.

(3) Garis yang melalui titik (−2, 4) dan titik (5, −3).

Persamaan dan Fungsi Linear

Dewi berpikir bahwa persamaan fungsi linear itu serupa dengan persamaan linear dua variabel.

Apakah keduanya serupa?

Untuk mencari penyelesaian persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$, Dewi membuat tabel berikut.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...								...

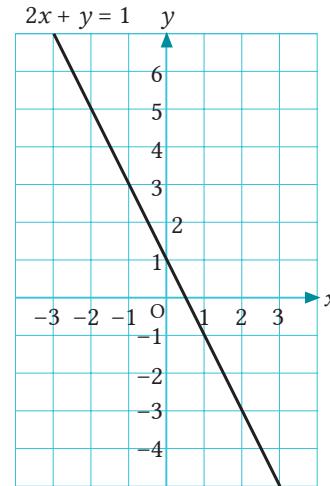
(1) Lengkapi tabel di atas.

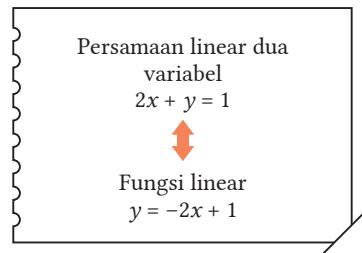
(2) Gambarkan titik-titik koordinat, yang merupakan pasangan x dan y, pada bidang sebelah kiri.

(3) Diskusikan hubungan antara x dan y.

Jika kita menggambar titik-titik lebih dekat lagi, apa yang akan terjadi?

Tampaknya himpunan titik-titik berupa koordinat yang merupakan penyelesaian persamaan linear dua variabel, akan membentuk sebuah garis.

Meskipun tampak seperti grafik fungsi linear, dapatkah kita menyatakan bahwa itu sebagai jenis fungsi linear?

1 Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

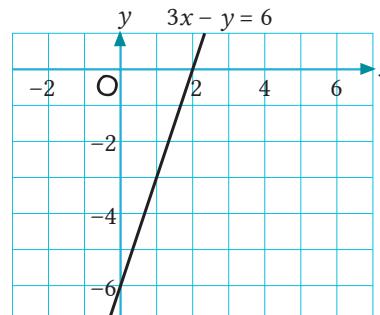
• Tujuan • Peserta didik dapat menganalisis tentang hubungan antara persamaan linear dua variabel dan fungsi linear.

Jika kita misalkan interval untuk x dan y adalah semua bilangan, maka akan terdapat tak berhingga banyaknya penyelesaian persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$. Kumpulan koordinat titik yang merupakan penyelesaian dari persamaan ini akan membentuk garis pada bidang koordinat seperti gambar sebelah kanan.
Garis ini dinamakan grafik persamaan linear dengan dua variabel $2x + y = 1$.

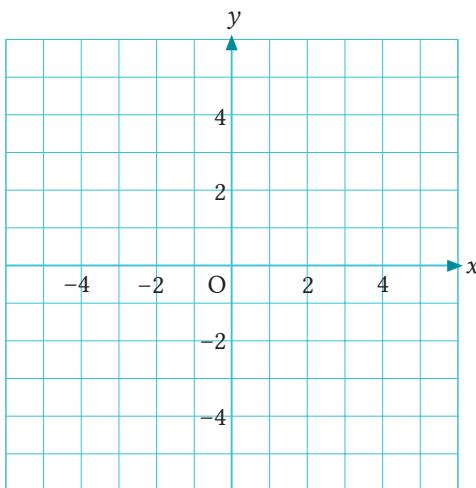
Pada persamaan linear dua variabel $2x + y = 1$, bila nilai x ditentukan, maka akan ada hanya satu nilai y. Oleh karena itu, y adalah fungsi dari x.
Jika kita selesaikan $2x + y = 1$ dalam y, maka diperoleh $y = -2x + 1$. Jadi, y adalah fungsi linear dalam x.

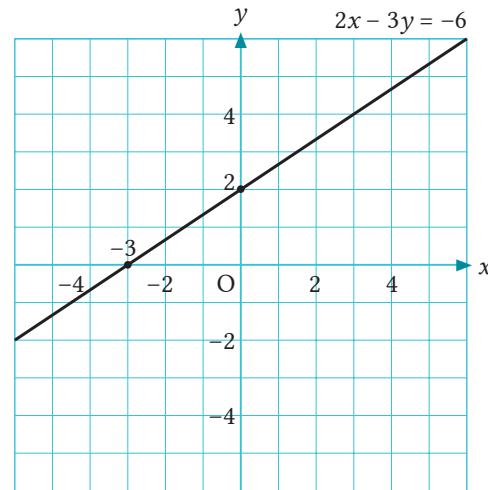
Berpikir Matematis

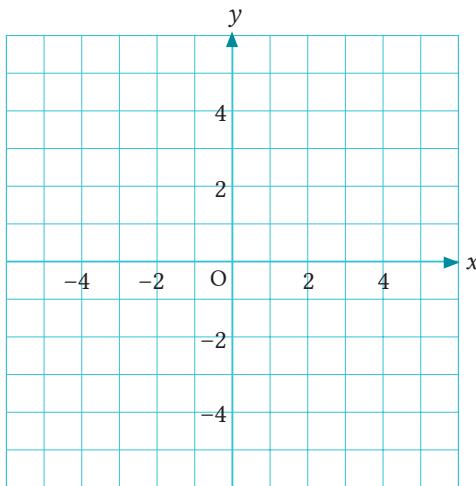
Kita dapat menebak bahwa kita dapat menggambarkan grafik persamaan linear dua variabel dengan cara yang sama seperti grafik fungsi linear.

Cara Menggambar Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

Gambarlah grafik dari persamaan $3x - y = 6$.

Penyelesaian

Selesaikan $3x - y = 6$ dalam y.

$$-y = -3x + 6$$
$$y = 3x - 6$$

Oleh karena itu, grafiknya berupa garis dengan kemiringan 3 dan −6 adalah intersep y seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan.

Soal 1

Gambarlah grafik tiap persamaan berikut pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kiri.

(1) $x + y = 2$

(2) $3x - 2y = 4$

Pada persamaan $2x - 3y = -6$,
jika $x = 0$, maka $y = 2$, dan
jika $y = 0$, maka $x = -3$.
Oleh karena itu, grafik dari
$2x - 3y = -6$ adalah sebuah garis yang melalui titik (0, 2) dan (−3, 0).

Karena grafik persamaan linear dua variabel berupa garis, maka grafik tersebut dapat digambar dengan menentukan dua titik pada garis tersebut.

Soal 2

Gambarlah grafik untuk tiap persamaan berikut pada bidang koordinat di sebelah kiri dengan cara menentukan dua titik yang dilalui pada setiap garis tersebut.

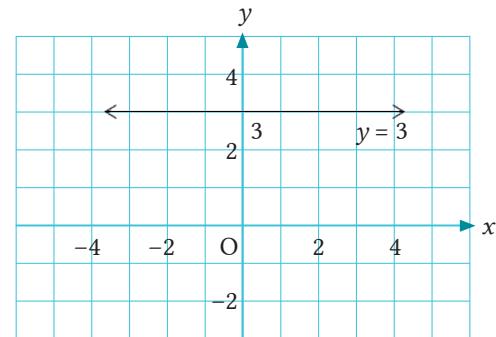
(1) $x - 2y = 4$

(2) $4x + 3y = 12$

Mari kita selidiki sifat grafik persamaan linear dua variabel $ax + by = c$ bila a atau b bernilai 0.

Diskusikan dengan yang lain mengenai grafik dari persamaan $ax + by = c$ untuk tiap kelompok nilai a, b, c di (1) dan (2) berikut.

(1) $a = 0$, $b = 1$, $c = 3$

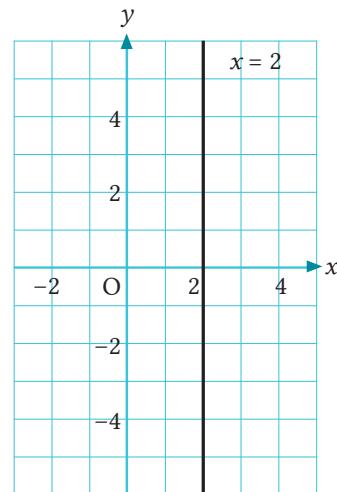
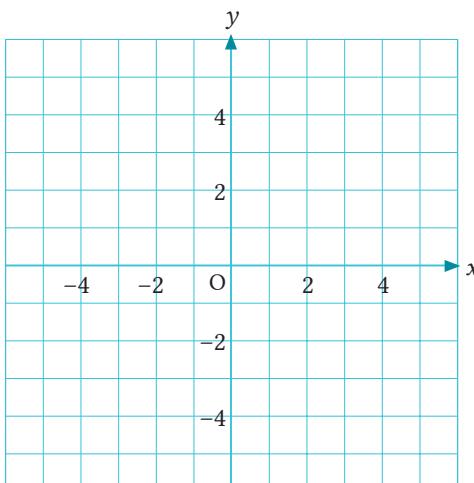
(2) $a = 2$, $b = 0$, $c = 4$

Pada persamaan $ax + by = c$, jika kita berpikir tentang grafiknya ketika $a = 0$, $b = 1$, $c = 3$, maka persamaannya adalah

$$0 \times x + 1 \times y = 3.$$

Dengan kata lain, $y = 3$.

Dalam kasus ini, berapapun nilai dari x, maka nilai y adalah 3. Jadi, grafiknya berupa garis yang melalui titik (0, 3) dan sejajar dengan sumbu x.

Contoh 4

Pada persamaan $ax + by = c$, jika kita berpikir tentang grafiknya ketika $a = 2$, $b = 0$, $c = 4$, maka persamaannya adalah

$$2 \times x + 0 \times y = 4$$

Dengan kata lain,

$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Dalam kasus ini, berapa pun nilai dari y, maka nilai x adalah 2. Jadi, grafiknya berupa garis yang melalui titik (2, 0) dan sejajar dengan sumbu y.

Soal 3

Gambarlah grafik dari tiap persamaan berikut pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kiri.

(1) $y = 4$

(2) $3y = -6$

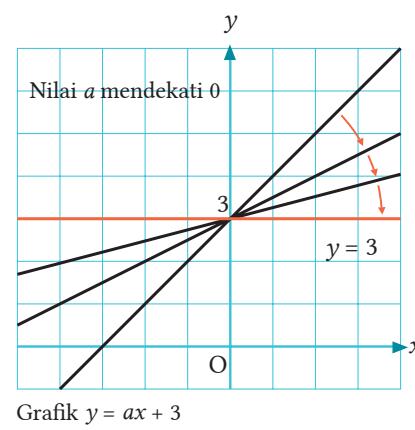
(3) $x = -3$

(4) $2x - 10 = 0$

Materi yang sudah kita pelajari hingga saat ini dapat dirangkum sebagai berikut.

> Grafik persamaan linear dua variabel $ax + by = c$ akan berupa garis yang sejajar sumbu x jika $a = 0$, dan akan berupa garis yang sejajar dengan sumbu y jika $b = 0$.

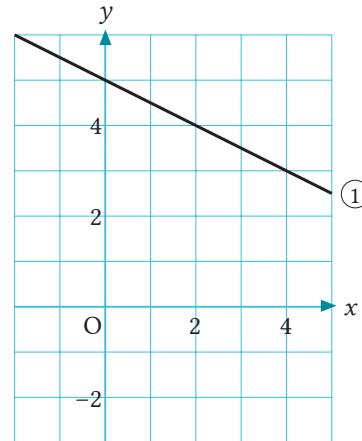
Grafik persamaan linear dua variabel berupa garis dan koordinat titik-titik pada garis menyatakan penyelesaiannya.

Mari kita nyatakan dua persamaan linear dua variabel sebagai sistem persamaan dengan menggunakan grafik. Hlm. 83

Cermati

Garis dengan Kemiringan 0

Pada fungsi linear $y = ax + 3$, jika nilai a mendekati 0, maka grafiknya akan mendekati $y = 3$. Dengan cara serupa, grafik $y = 3$ dapat dipandang sebagai sebuah garis dengan intersep y adalah 3 dan kemiringan 0.

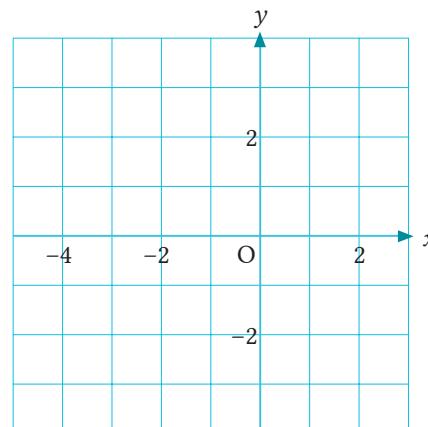
Grafik $y = ax + 3$

2 Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik

Peserta didik dapat menganalisis sifat-sifat grafik dari sistem persamaan.

Pada sistem persamaan,

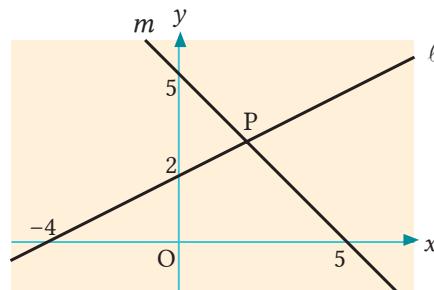
$$\begin{cases} x + 2y = 10 & \text{①} \\ 3x - y = 2 & \text{②} \end{cases}$$

Grafik persamaan ① adalah garis ① pada gambar sebelah kanan. Cobalah gambarkan grafik persamaan ② pada bidang koordinat Cartesius yang sama. Tentukan koordinat titik potong dari kedua grafik tersebut.

Pada gambar di atas, koordinat titik-titik (x, y) pada garis ① merupakan penyelesaian dari persamaan ①. Dengan cara serupa, jika grafik persamaan ② adalah garis ②, maka koordinat titik-titik (x, y) pada garis ② merupakan penyelesaian persamaan ②. Oleh karena itu, koordinat titik potong kedua garis tersebut, yaitu (2, 4), merupakan penyelesaian dari sistem persamaan pada Q.

Soal 1 Selesaikan sistem persamaan pada Q dengan perhitungan seperti yang sudah dipelajari di Bab 2. Perhatikan apakah penyelesaiannya sama dengan titik potong kedua grafiknya.

Soal 2 Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode grafik.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -4 \\ x + y = -3 \end{cases}$$

PENTING

Titik Potong Grafik dan Penyelesaian Sistem Persamaan

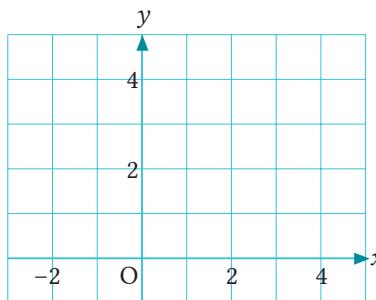
Koordinat x dan y pada titik potong grafik dari dua persamaan linear dua variabel merupakan penyelesaian dari sistem persamaan yang dibentuk dari kedua persamaan tersebut.

Soal 3

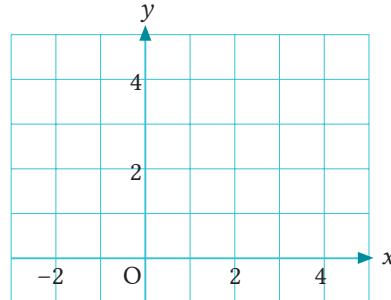
Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, garis ℓ dan m berpotongan di titik P. Carilah koordinat titik P dengan langkah-langkah berikut.

① Cari persamaan garis ℓ dan m.

② Selesaikan dua persamaan yang diperoleh di ① sebagai sebuah sistem persamaan.

Dapatkah kita menggunakan fakta bahwa perpotongan dari grafik-grafik adalah penyelesaian dari sistem persamaan untuk menyelesaikan masalah di sekitar kita?

Hlm. 86

Cermati

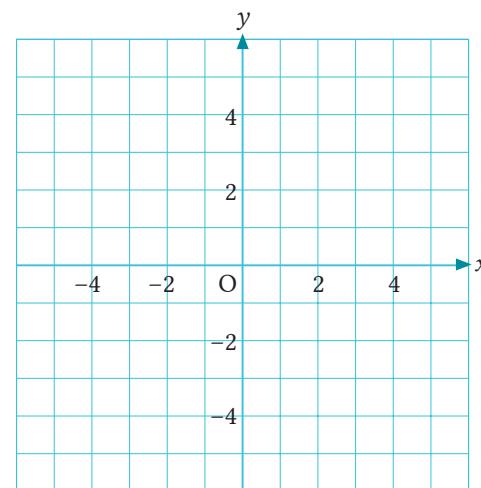
Sistem Persamaan yang Tidak Memiliki Satu Pasang Penyelesaian

1

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ -x + 2y = 2 \end{cases}$$

Dalam sistem persamaan, terdapat sistem persamaan yang tidak memiliki penyelesaian, seperti sistem persamaan **1**, dan terdapat pula sistem persamaan yang memiliki penyelesaian yang tidak berhingga banyaknya, seperti sistem persamaan **2**.

Mari Kita Periksa

2 Persamaan dan Fungsi Linear

1

Grafik Persamaan Linear Dua Variabel

[Hlm.79] Cth. 1
[Hlm.81] Cth. 3
Cth. 4

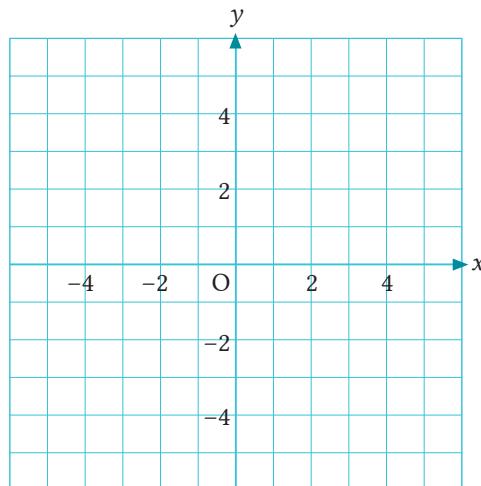
Gambarlah grafik tiap persamaan berikut pada bidang Cartesius di sebelah kanan.

(1) $-2x + y = 4$

(2) $3x - 5y = 15$

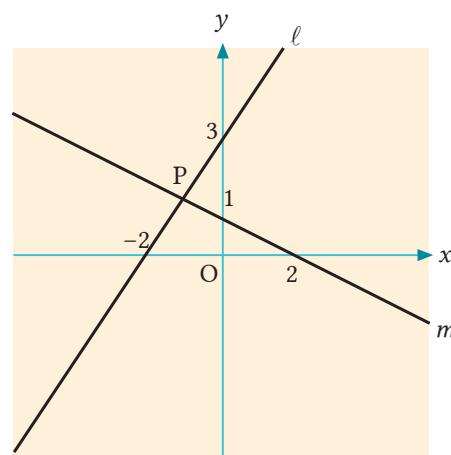
(3) $y = -3$

(4) $x = 4$

2

Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik

[Hlm.83] S 2

Selesaikan sistem persamaan berikut dengan metode grafik.

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 4x + 3y = 9 \end{cases}$$

3

Penyelesaian Sistem Persamaan dan Grafik

[Hlm.84] S 3

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, garis ℓ dan m berpotongan di titik P. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah persamaan garis ℓ dan garis m.

(2) Carilah koordinat titik potong titik P.

BAB 3 | Fungsi Linear

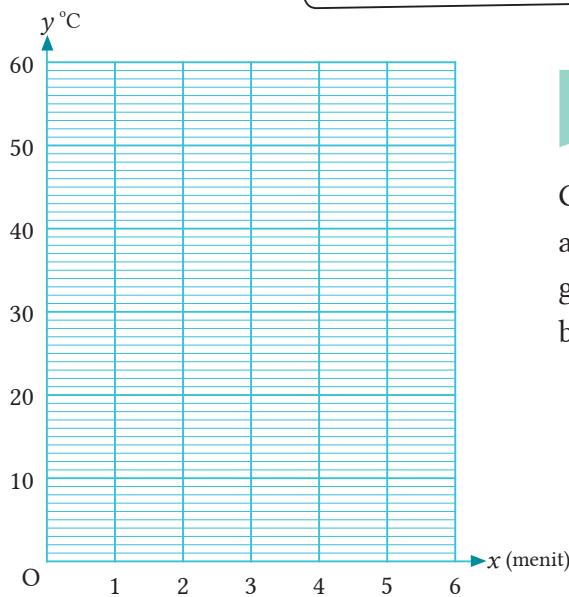
3 Penerapan Fungsi Linear

1 Penerapan Fungsi Linear

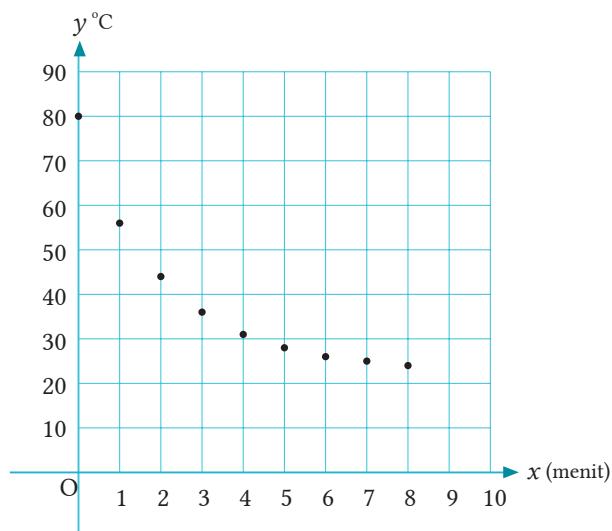
Tujuan Peserta didik dapat menentukan dan menyelesaikan permasalahan di sekitarnya menggunakan fungsi linear.

[**Aktivitas Matematis**]

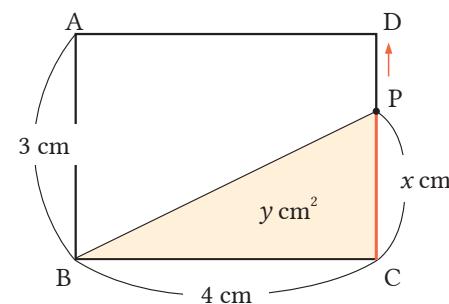
Sejumlah air dipanaskan dengan menggunakan peralatan yang ditunjukkan pada gambar di bawah. Dengan memisalkan suhu air setelah dipanaskan selama x menit adalah y°C, kita peroleh hasil pada tabel berikut. Selidikilah hubungan antara waktu dan suhu air tersebut.

x (menit)	0	1	2	3	4	5	6
y°C	16	21	28	34	41	46	52

1 Apa yang dapat kita nyatakan berdasarkan tabel di Q?

2 Grafik macam apa yang menyatakan hubungan antara x dan y di Q? Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan koordinat x dan y pada bidang di sebelah kiri.

Pada 2 di halaman sebelumnya, ketujuh titik tersebut hampir terletak pada satu garis. Kita dapat menyimpulkan bahwa grafiknya berupa garis. Dengan kata lain, y adalah sebuah fungsi linear dari x. Ketika menggambar sebuah grafik, maka grafik yang dibuat akan melalui sebanyak mungkin titik atau melewati sedekat mungkin titik-titik yang mungkin.

3 Jika kita terus memanaskan air, setelah beberapa menit air akan mencapai suhu 70℃? Carilah jawabannya menggunakan caramu sendiri. Lalu, jelaskan cara yang kamu gunakan.

4 Untuk grafik yang melalui dua titik (0, 16) dan (6, 25), carilah persamaan garisnya. Kemudian, tentukanlah setelah berapa menit air akan mendidih dengan menggunakan persamaan yang diperoleh.

5 Sebuah gelas kimia berisi air panas bersuhu 80℃ didinginkan dengan memasukkan air dingin ke dalamnya. Misalkan suhu air dalam gelas kimia setelah didinginkan selama x menit adalah y℃. Gambar berikut menyatakan grafik pengukurannya. Berdasarkan gambar, apa yang dapat kamu amati terkait perubahan suhu air dalam gelas kimia?

Sebagaimana telah kita selidiki selama ini, bila kita mengamati hubungan antara dua kuantitas dari hasil percobaan, maka kita dapat menyatakannya dalam bentuk grafik. Selain itu, jika kita berpikir hubungan tersebut sebagai sebuah fungsi linear, maka kita dapat membuat persamaan untuk menyelidiki dan membuat prediksi tentang hasil-hasilnya.

Penerapan dalam Geometri

Contoh 1

Diketahui persegi panjang ABCD pada gambar sebelah kanan. Titik P bergerak sepanjang sisi dari titik C ke titik A melalui titik D. Misalkan luas daerah segitiga PBC adalah y cm^2 ketika titik P telah bergerak x cm dari titik C. Nyatakan hubungan antara x dan y menggunakan grafik.

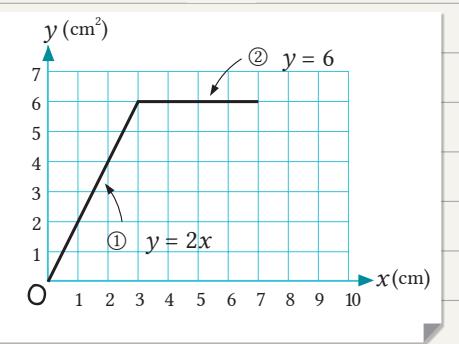
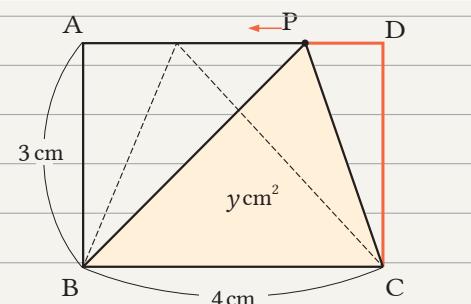
Cara

Kita dapat membagi posisi P ke dalam situasi ⓐ dan ⓑ. Di setiap situasi, nyatakan hubungan antara x dan y menggunakan suatu persamaan, lalu gambarkan grafiknya.

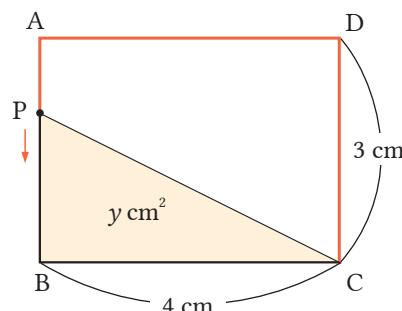
ⓐ Pada sisi CD　　　　ⓑ Pada sisi DA

Penyelesaian

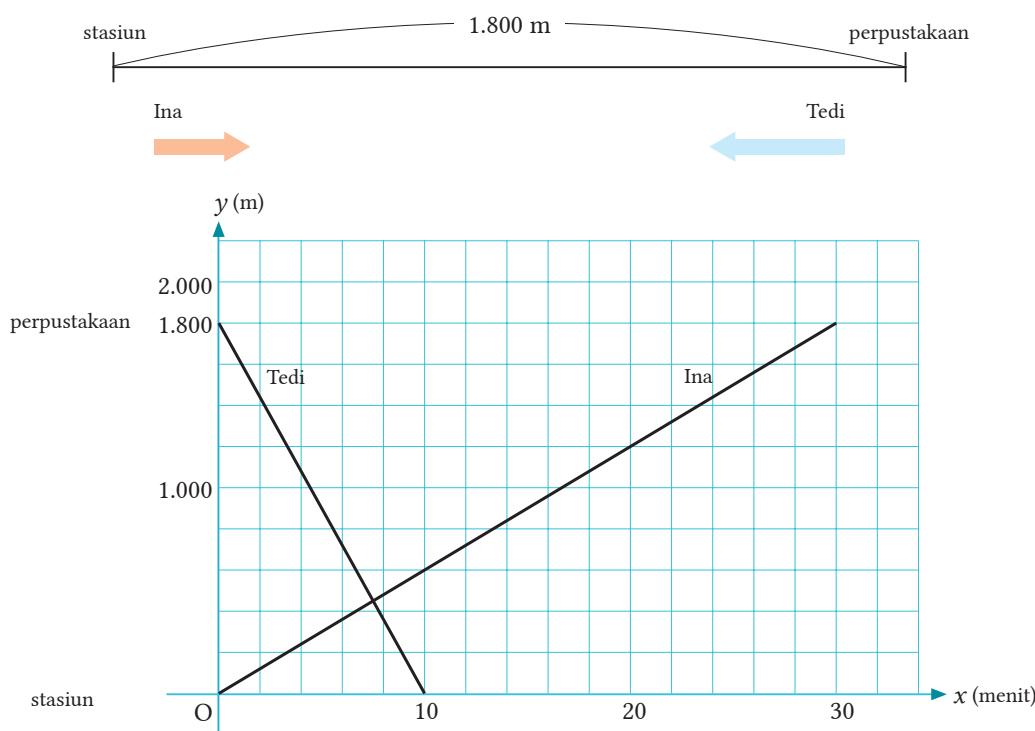
Ketika titik P berada pada sisi CD, maka interval x adalah $0 \leq x \leq 3$. Berdasarkan gambar persoalan,

$y = \frac{1}{2} \times 4 \times x$. Dengan kata lain,

$y = 2x$ ... ①

Ketika titik P pada sisi DA, maka interval dari x adalah $3 \leq x \leq 7$. Berdasarkan gambar, diperoleh

$y = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$. Dengan kata lain,

$y = 6$ ... ②

Gambar di sebelah kanan diperoleh dengan cara menggambar grafik ① dan ②.

Soal 1

Pada Contoh 1, jika titik P bergerak menuju titik A, dan terus bergerak menuju titik B melalui A, maka nyatakan y dalam x menggunakan sebuah persamaan, lalu gambarlah grafiknya pada gambar di atas.

Penerapan Grafik

Ina berjalan kaki dari stasiun ke perpustakaan sejauh 1.800 m. Tedi pergi ke stasiun dari perpustakaan melalui jalan yang sama menggunakan sepeda. Keduanya berangkat pada waktu yang sama, misalkan jarak yang mereka tempuh dari stasiun adalah y m setelah x menit. Bila kita nyatakan pergerakan mereka menggunakan grafik, maka kita peroleh gambar berikut.

Soal 2

Jawablah tiap persamaan berikut terkait Contoh 2.

(1) Carilah kecepatan Ina dan Tedi.

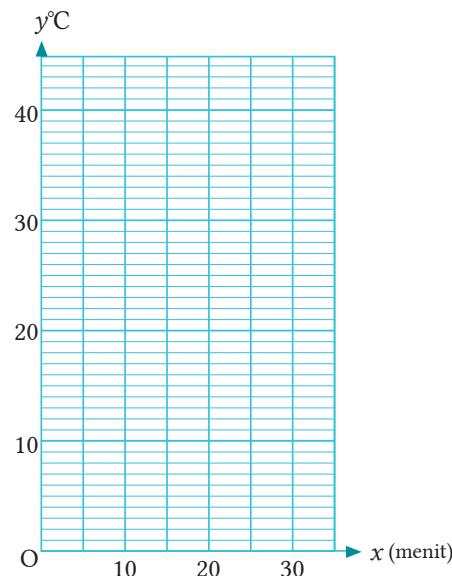
(2) Ketika Tedi sampai di stasiun, berapa m jarak Ina dari stasiun?

(3) Setelah berapa menit mereka akan bertemu dan berapa m jaraknya dari stasiun?

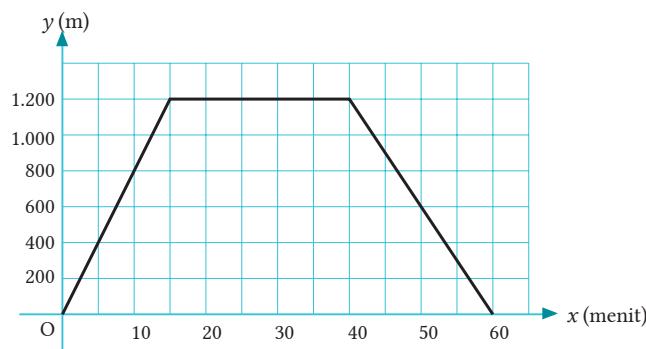
(4) Setelah 8 menit semenjak Tedi tiba di stasiun, Ina meninggalkan stasiun menuju perpustakaan menggunakan sepeda dengan kecepatan 150 m/menit. Gambarkan grafik yang menyatakan pergerakan Ina pada gambar di atas.

Pada bagian (3), setelah membaca perkiraan waktu dan posisi dari grafik, hitunglah nilainya secara akurat.

Mari Kita Periksa

1

Penerapan Fungsi Linear
[Hlm.86] 2
[Hlm.87] 4

Ketika persiapan mandi, kita misalkan suhu air y℃ setelah air dipanaskan selama x menit. Setelah menyelidiki hubungan antara x dan y, kita peroleh tabel di bawah. Jawablah pertanyaan berikut.

x (menit)	0	5	10	15	20	25
y℃	25,1	27,5	30	32,5	35,4	37,6

(1) Berdasarkan tabel, gambarkan pasangan titik-titik koordinat x dan y pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kanan.

(2) Mengingat y adalah fungsi linear dalam x dan grafiknya melalui dua titik (0 , 25,1), (25 , 37,6), carilah persamaan garisnya.

(3) Tentukan setelah berapa menit suhu air mencapai 42℃.

2

Penerapan Grafik
[Hlm.89] Cth. 2
S 2

Yudi pergi ke perpustakaan yang jaraknya 1.200 m dari rumahnya. Di sana ia meminjam buku, dan kemudian pulang kembali melewati jalan yang sama. Gambar berikut menyajikan hubungan antara waktu sejak Yudi pergi dan jaraknya dari rumah. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Berapa lama Yudi berada di perpustakaan?

(2) Carilah kecepatan Yudi baik ketika pergi maupun ketika pulangnya.

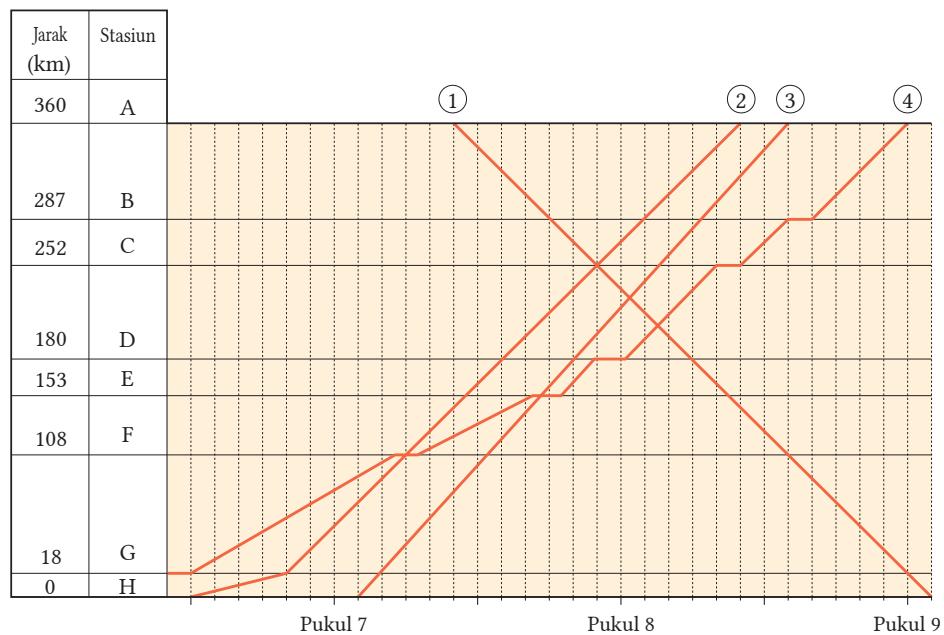



Diagram Perencanaan Pelayanan Kereta Api

Grafik yang menyajikan secara jelas tentang pelayanan kereta api dalam sekejap mata dinamakan *diagram*. Kita dapat mengetahui tidak hanya waktu keberangkatan dan kedatangan kereta api, tetapi juga waktu dan tempat saat kereta api bertemu satu sama lain atau saat kereta api tertentu melewati kereta api lain dari diagram.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

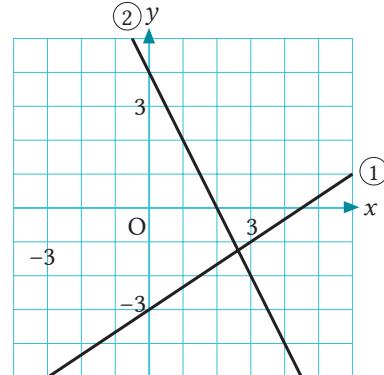
Pikirkan pertanyaan 1 sampai 4 di bawah ini dengan mengacu diagram berikut.

Jarak (km)	Stasiun
360	A
287	B
252	C
180	D
153	E
108	F
18	G
0	H

① ② ③ ④

Pukul 7 Pukul 8 Pukul 9

1. Carilah kecepatan dari kereta api ③.
2. Kapankah kereta api ③ melewati stasiun D?
3. Kapan dan di mana kereta api ② melewati kereta api ④?
4. Kapan dan di mana kereta api ① dan kereta api ② berpapasan?

Apa lagi yang dapat kamu ketahui dari diagram di atas?

[Perusahaan Kereta Api]

BAB 3 # Soal Ringkasan

Jawaban di hlm.232

Gagasan Utama

1 Di antara fungsi berikut ini, carilah fungsi yang menyatakan bahwa y adalah fungsi linear dalam x?

ⓐ $y = 15 - 2x$ ⓑ $y = 5x$ ⓒ $y = \frac{12}{x}$ ⓓ $y = \frac{3}{4}x - 1$

2 Jawablah pertanyaan berikut untuk fungsi linear $y = \frac{2}{3}x + 1$.

(1) Tentukan tingkat perubahannya.
(2) Bila nilai peningkatan dalam x adalah 9, carilah nilai peningkatan dalam y.
(3) Jika domainnya adalah $-6 \leq x \leq 3$, carilah *range* (daerah hasil).

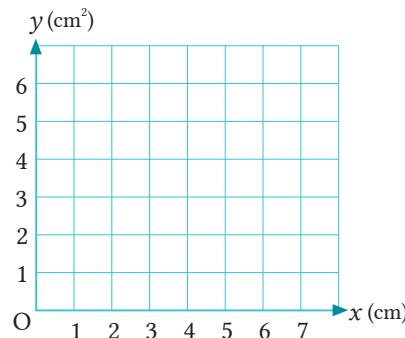
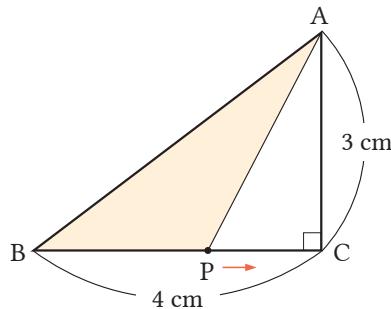
3 Carilah persamaan-persamaan dari fungsi linear dan garis berikut.

(1) Fungsi linear dengan tingkat perubahan 4, dan diperoleh $y = -3$ ketika $x = 0$.
(2) Garis yang sejajar dengan $y = 2x + 3$ dan melewati titik (1, 7).
(3) Garis yang melalui dua titik (3, 2) dan (−1, 4).

4 Jawablah pertanyaan berikut terkait gambar di sebelah kanan.

(1) Carilah persamaan garis ① dan ②.
(2) Carilah koordinat titik potong antara garis ① dan ②.
(3) Gambarlah grafik persamaan $3x - 2y = -2$ pada gambar di sebelah kanan.

5 Ketika menyelidiki panjang lilin setelah terbakar, diketahui bahwa panjangnya menjadi 10 cm setelah 4 menit, menjadi 7 cm setelah 10 menit terbakar. Jika lilin menjadi memendek dengan kecepatan konstan, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah panjang lilin sebelum terbakar.
(2) Berapa menit waktu yang dibutuhkan sehingga lilin terbakar habis?

Penerapan

1 Tabel berikut menunjukkan rencana biaya yang ditawarkan oleh perusahaan telepon untuk 1 bulan. Misalkan biaya 1 bulan adalah y rupiah dengan waktu panggilan x menit. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

	Rencana A	**Rencana B**
Biaya Dasar	1.600 rupiah	3.600 rupiah
Biaya Panggilan	50 rupiah per menit	Gratis 25 menit pertama, 40 rupiah per menit setelah 25 menit panggilan.

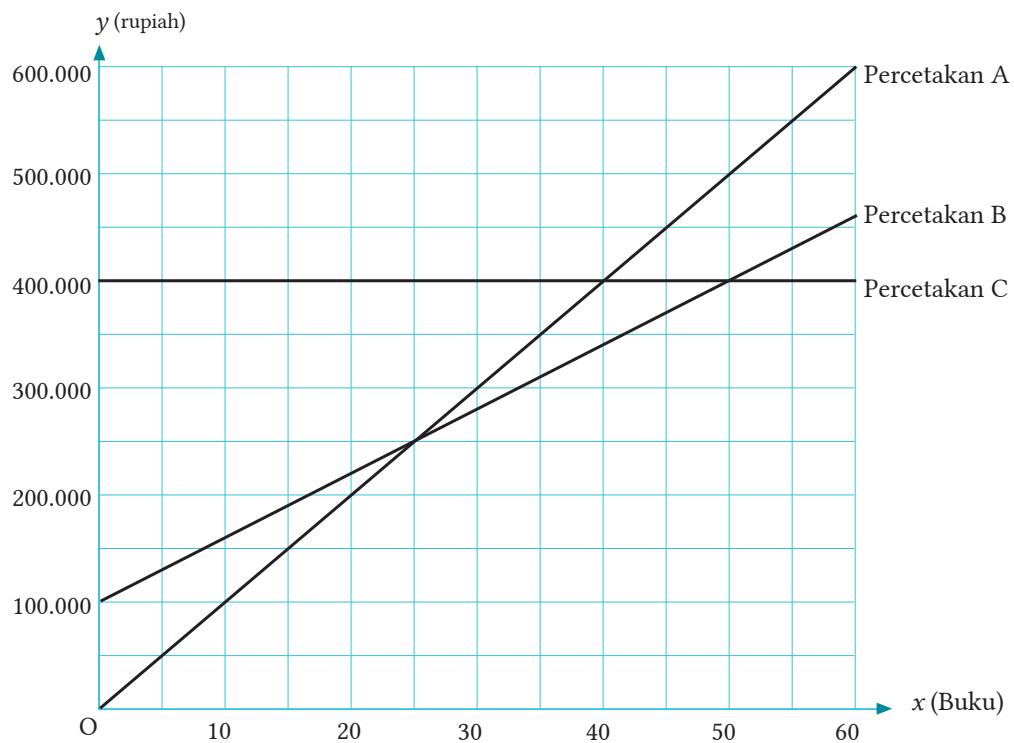
(1) Jika waktu panggil adalah 60 menit, rencana manakah yang lebih murah, serta berapa rupiah lebih murahnya?

(2) Untuk rencana A dan B, nyatakan y dalam x menggunakan persamaan dan carilah domainnya.

(3) Berapa menit waktu panggilan agar biaya yang dikeluarkan baik rencana A maupun rencana B adalah sama?

2 Segitiga ABC pada gambar sebelah kanan adalah segitiga siku-siku dengan $\angle C = 90°$. Titik P bergerak sepanjang sisi segitiga dari titik B ke titik A melalui titik C. Misalkan luas daerah ABP adalah y cm^2 ketika titik P telah bergerak sejauh x cm dari B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan y dalam x berupa suatu persamaan dan carilah domainnya.

(2) Gambarkan grafiknya pada bidang koordinat Cartesius di sebelah kanan.

Penggunaan Praktis

1 Sekolah Ai akan membuat kumpulan karangan. Mereka mencari informasi harga cetak pada 3 kantor percetakan, seperti ditunjukkan berikut.

	Harga Cetak
Kantor Percetakan A	Harga cetaknya Rp10.000,00 untuk setiap buku.
Kantor Percetakan B	Harga awal Rp100.000,00 dan Rp6.000,00 untuk setiap buku.
Kantor Percetakan C	Jika banyaknya buku kurang dari atau sama dengan 60, maka harga cetaknya Rp400.000,00 berapa pun banyaknya buku yang akan dicetak.

Penyelidikan kantor percetakan mana yang menawarkan harga paling murah bergantung pada banyaknya buku yang akan dicetak. Ai memisalkan harga cetak buku sebanyak x adalah y rupiah, kemudian menyatakan hubungan antara x dan y untuk tiap kantor percetakan menggunakan grafik-grafik berikut. Jawablah pertanyaan (1) sampai (4) berikut.

(1) Ketika mencetak buku sebanyak bilangan tertentu, harga cetak baik di percetakan B maupun di percetakan C akan sama. Tunjukkan titik pada koordinat yang menggambarkan kasus tersebut. Berapakah banyaknya buku yang dicetak sehingga memiliki harga cetak yang sama, baik di percetakan B maupun di percetakan C?

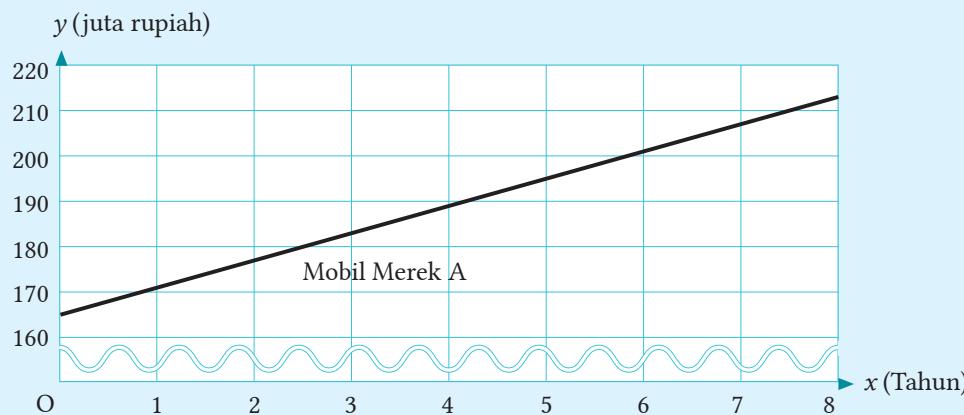
(2) Serupa dengan pertanyaan (1), berdasarkan grafik, carilah banyaknya buku yang perlu dicetak sehingga harga cetaknya sama antara percetakan A dan percetakan B.

(3) Untuk tiap kantor percetakan, nyatakan y dalam x menggunakan sebuah persamaan.

(4) Banyaknya buku yang akan dicetak oleh sekolah Ai adalah 46 buah. Jelaskan bagaimana memilih percetakan yang menawarkan harga cetak paling murah untuk 46 buah buku tersebut. Ingat, kamu tidak perlu menentukan harga cetaknya secara tepat.

Pekerjaan Terkait

[Penerbit, Perusahaan Percetakan]

Mobil Manakah yang Lebih Murah?

Untuk membeli mobil baru, keluarga Yogi sedang memikirkan apakah akan membeli mobil merek A atau mobil merek B, mana yang lebih murah dari kedua jenis mobil tersebut. Tabel berikut menyajikan perbandingan harga dan konsumsi bahan bakar kedua jenis mobil yang akan dibeli.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

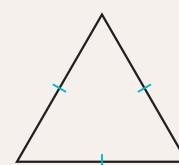
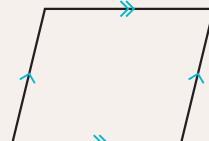
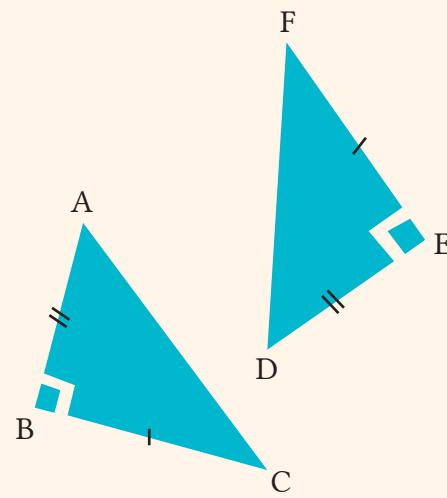
	Mobil Merek A	Mobil Merek B
Harga Beli	165 juta rupiah	180 juta rupiah
Konsumsi Bahan Bakar	20 km/ℓ	32 km/ℓ
Jarak Tempuh 1 Tahun	8.000 km	8.000 km
Harga Bahan Bakar Selama 1 Tahun (Dihitung 15.000 per liter)	6 juta rupiah	

1. Carilah harga konsumsi bahan bakar selama 1 tahun dari sebuah mobil merek B dan lengkapilah tabel di atas.

2. Misalkan total pengeluaran (jumlah dari harga beli dan harga bahan bakar) dari mobil erek A yang telah digunakan selama x tahun adalah y juta rupiah. Gambar berikut menunjukkan hubungan antara x dan y dalam bentuk grafik. Secara serupa, gambarkan grafik dari mobil merek B pada gambar berikut.

3. Jika mereka (keluarga Yogi) membeli mobil merek B, dengan menganggap 1 tahun sebagai satuan, setelah berapa tahunkah total pengeluaran akan lebih murah dibandingkan mobil merek A? Berikan alasanmu.

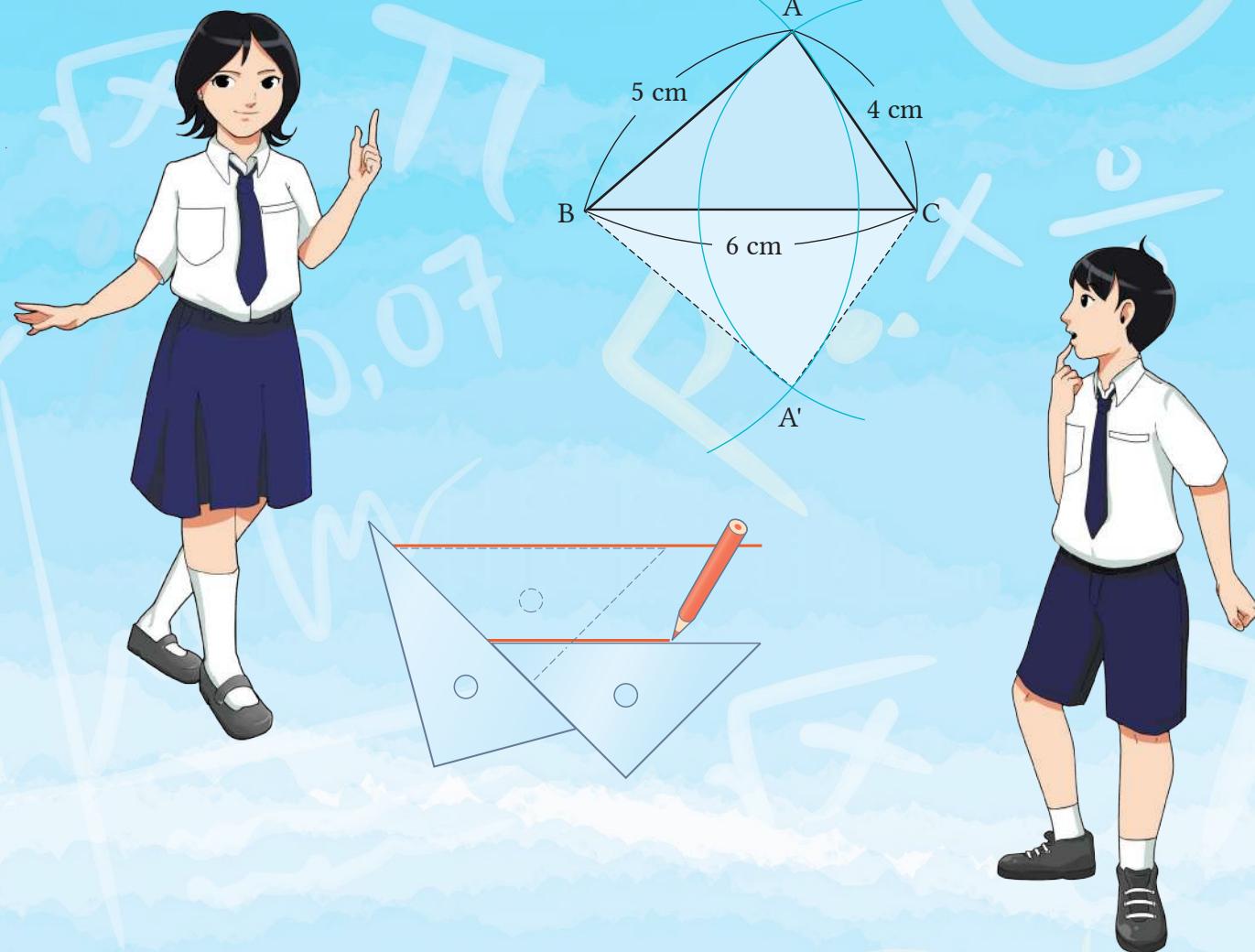
Pekerjaan Terkait
[Insinyur]

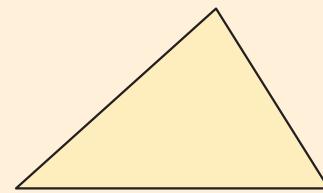
[Kekongruenan]
Dua bangun geometri yang bentuk dan ukurannya sama dinamakan saling kongruen.

[Segitiga Sama Kaki]
Segitiga yang memiliki dua sisi yang kongruen disebut segitiga sama kaki.

[Segitiga Sama Sisi]
Segitiga yang memiliki tiga sisi yang kongruen disebut segitiga sama sisi.

[Jajargenjang]
Segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar disebut jajargenjang.

Apakah kalian tahu mengapa konstruksi penopang atap berupa rusuk yang saling tegak lurus dan membentuk sudut siku-siku? Konstruksi model seperti itu dapat menopang atap yang kokoh. Konsep itu dikenalkan oleh Pythagoras.

$$\Delta ABC \cong \Delta DEF$$

> **Segala sesuatu di alam semesta dapat dinyatakan dalam suatu bilangan.**
>
> (Pythagoras)

KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021
Matematika
untuk SMP Kelas VIII
Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas
ISBN: 978-602-244-798-6 (jil.2)

Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

A
5 cm
4 cm
B
C
6 cm
A'

Mengapa kita dapat memasang ubin segitiga-segitiga kongruen?

Mari kita membuat segitiga yang kongruen dengan segitiga di samping kanan. Apa yang perlu kita ketahui untuk membuatnya?

Sumber: Dokumen Puskurbuk

2

Pola di atas dibuat dari pengubinan segitiga-segitiga yang kongruen. Di akhir buku kelas VIII ini pada Lampiran ② terdapat segitiga-segitiga yang kongruen dengan segitiga pada bagian 1 pada halaman sebelumnya. Mari kita gunting segitiga-segitiga tersebut dan buat pengubinan pada sebuah bidang.

3

Berdasarkan pengubinan segitiga kongruen yang kamu buat pada bagian 2, mari kita pikirkan pertanyaan-pertanyaan berikut.

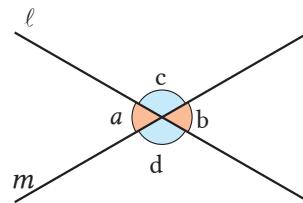
(1) Apa yang dapat kamu amati dari sudut-sudut segitiga?

(2) Apa yang dapat kamu simpulkan terkait sudut yang dibentuk oleh perpotongan dua garis?

(3) Diskusikan hal lain yang kamu amati dengan teman-temanmu.

Dari gambar yang dibuat dari pengubinan segitiga, apa yang kita temukan? Hlm.102, 107

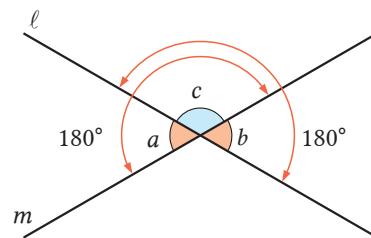
Untuk menggambar segitiga yang kongruen, apakah kita perlu mengetahui semua panjang sisi dan sudutnya? Hlm.116

1 Garis Sejajar dan Segi Banyak

1 Garis Sejajar dan Sudut

•Tujuan• Peserta didik dapat menyelidiki sudut-sudut yang dibentuk oleh perpotongan garis-garis.

Sudut-Sudut Bertolak Belakang

Pada gambar di sebelah kanan, garis ℓ dan m berpotongan. Jika $\angle a = \angle 60°$, berapakah besar sudut $\angle b$, $\angle c$, dan $\angle d$?

Seperti ditunjukkan pada gambar di atas, empat sudut terbentuk dari perpotongan dua garis ℓ dan m. Dua sudut yang saling berlawanan, seperti $\angle a$ dan $\angle b$, $\angle c$ dan $\angle d$ dinamakan *sudut-sudut yang saling bertolak belakang.*

Pada gambar di kanan, berapa pun besar $\angle c$, kita dapat menyatakan

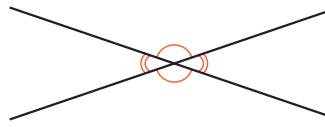
$\angle a = 180° - \angle c$

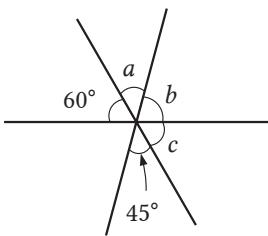
$\angle b = 180° - \angle c.$

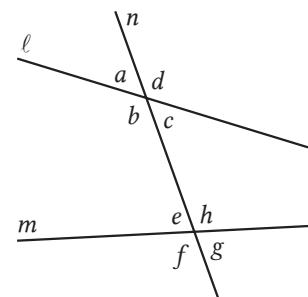
Dari hasil ini, dapat disimpulkan bahwa

$\angle a = \angle b.$

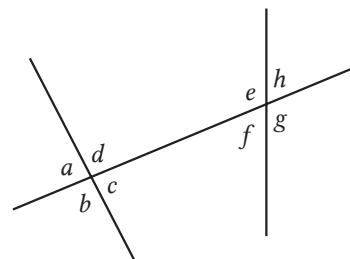
$\angle a = 180° - \angle c$

$\angle b = 180° - \angle c$

Soal 1 | Pada gambar di bagian Q, jelaskan mengapa $\angle c = \angle d$.

PENTING

Sifat Sudut Bertolak Belakang

Sudut-sudut bertolak belakang besarnya sama.

Soal 2

Pada gambar di sebelah kanan, tampak tiga garis berpotongan di satu titik. Carilah besar $\angle a$, $\angle b$, dan $\angle c$.

Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan

Pada gambar di sebelah kanan, dari sudut-sudut yang dibentuk oleh dua garis ℓ dan m, dan garis n yang memotong ℓ dan m, maka sudut-sudut seperti

$\angle a$ dan $\angle e$, $\angle b$ dan $\angle f$,

$\angle c$ dan $\angle g$, $\angle d$ dan $\angle h$

dinamakan *sudut-sudut sehadap*.

Selain itu, sudut-sudut seperti $\angle b$ dan $\angle h$, $\angle c$ dan $\angle e$ disebut *sudut-sudut dalam berseberangan.*

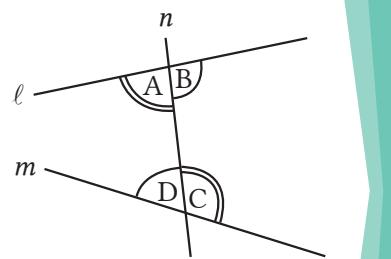
Soal 3

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut menggunakan gambar di sebelah kanan.

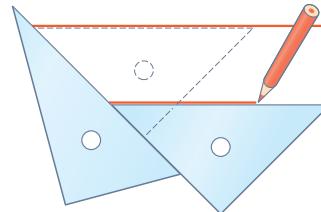
(1) Tentukan sudut yang sehadap dengan $\angle c$.

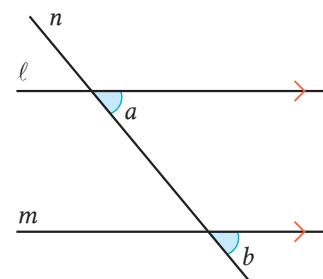
(2) Tentukan sudut dalam berseberangan dari $\angle f$.

Untuk sudut yang bertolak belakang, besarnya selalu sama.

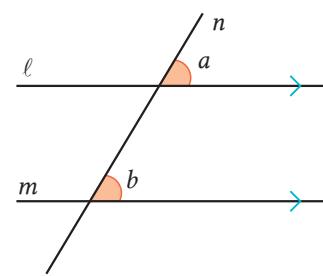
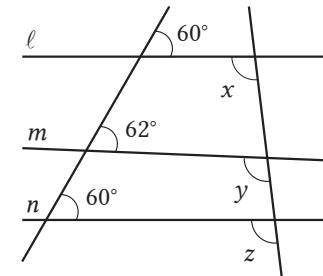
Kapankah sudut sehadap besarnya selalu sama?

Hlm.104

Sudut Dalam Berseberangan

Jika ada dua garis dan satu garis memotong kedua garis tersebut, maka empat sudut akan berbentuk di dalam dua garis. Pasangan sudut dalam berseberangan dintunjukkan oleh $\angle$A dan $\angle$C. Pasangan sudut dalam berseberangan yang lain adalah $\angle$B dan $\angle$D. Apakah garis ℓ dan garis m saling sejajar?

Tujuan Peserta didik dapat menyelidiki syarat agar sudut sehadap dan sudut dalam berseberangan besarnya sama.

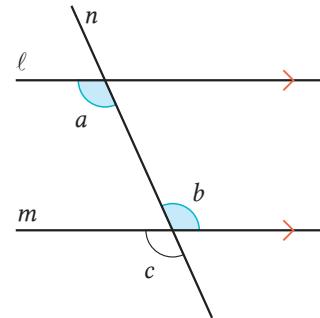
Garis Sejajar dan Sudut Sehadap

Seperti ditunjukkan pada gambar di kanan, gambarlah garis-garis sejajar dengan menggunakan penggaris siku-siku. Mengapa kita dapat menggambar garis-garis sejajar dengan cara ini?

Jika kita menggambar dua garis ℓ dan m yang dipotong garis n sehingga sudut sehadap besarnya sama, maka garis ℓ dan m sejajar. Oleh karena itu, pada gambar di kanan, dapat kita simpulkan bahwa

Jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell \parallel m$.

Pada gambar di kanan diketahui $\ell \parallel m$. Gambarlah garis n yang memotong garis ℓ dan m, kemudian ukurlah besar sudut sehadap yang terbentuk.

Jika garis n memotong dua garis sejajar ℓ dan m, maka sudut sehadap besarnya sama. Oleh karena itu, pada gambar di kanan, kita dapat menyimpulkan bahwa

Jika $\ell \parallel m$, maka $\angle a = \angle b$

Soal 4

Pada gambar di kanan, tentukan garis-garis yang sejajar. Nyatakan jawabanmu dengan menggunakan simbol garis-garis sejajar. Selain itu, dari $\angle x$, $\angle y$, dan $\angle z$, manakah yang besarnya sama?

Garis Sejajar dan Sudut Dalam Berseberangan

Contoh 1

Berdasarkan gambar di kanan, jelaskan bahwa jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell \parallel m$.

Penyelesaian

$\angle a = \angle b$ ①

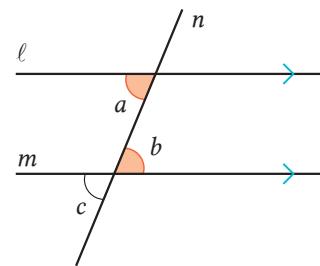
Karena sudut bertolak belakang besarnya sama, maka

$\angle b = \angle c$ ②

Berdasarkan ① dan ②, maka $\angle a = \angle c$. Karena sudut-sudut sehadap ini besarnya sama, maka $\ell \parallel m$.

Jika garis n memotong dua garis ℓ dan m dan sudut-sudut dalam berseberangannya sama, maka garis ℓ dan m sejajar. Oleh karena itu, berdasar gambar Contoh 1, kita dapat menyimpulkan bahwa

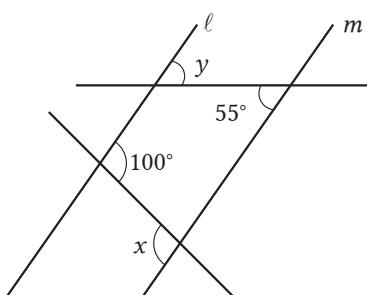
Jika $\angle a = \angle b$, maka $\ell \parallel m$.

Soal 5

Pada gambar di kanan, $\angle a = \angle b$ dijelaskan seperti berikut. Isilah ☐ dengan sudut-sudut yang tepat.

Sudut-sudut sehadap yang dibentuk garis-garis sejajar besarnya sama, sehingga

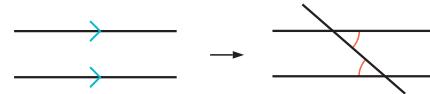
$\angle a =$ ☐ ①

Karena sudut-sudut bertolak belakang besarnya sama, maka ☐ $= \angle b$ ②

Berdasarkan ① dan ②, ☐ = ☐ .

Jika dibuat garis n yang memotong dua garis sejajar ℓ dan m yang sejajar, maka sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk besarnya sama. Oleh karena itu, pada gambar di Soal 5, dapat disimpulkan bahwa

Jika $\ell \parallel m$, maka $\angle a = \angle b$.

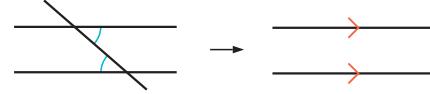
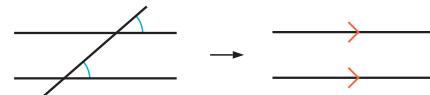
Soal 6

Pada gambar di kanan diketahui $\ell \parallel m$. Carilah besar $\angle x$ dan $\angle y$.

Hal-hal yang telah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum sebagai berikut.

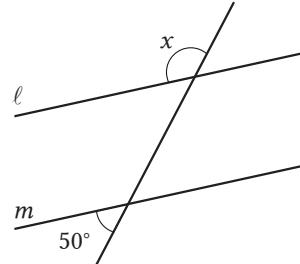
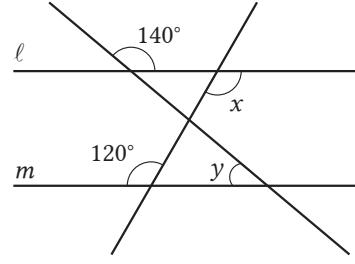
PENTING

Sifat-Sifat Garis Sejajar

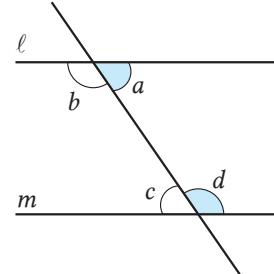
Jika sebuah garis memotong dua garis sejajar, maka

1. sudut-sudut sehadap besarnya sama;
2. sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama.

PENTING

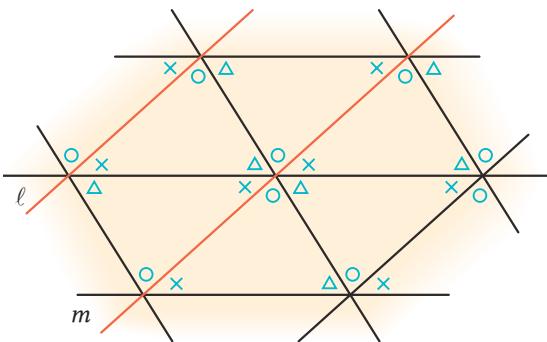
Syarat-Syarat Garis Sejajar

Jika sebuah garis memotong dua garis, dan

1. sudut-sudut sehadap besarnya sama maka dua garis sejajar;
2. sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama maka dua garis.

Soal 7

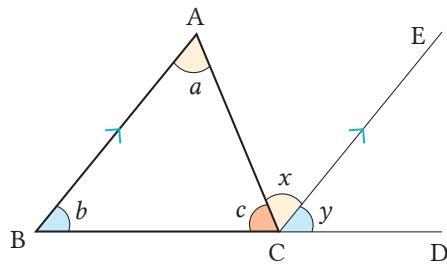
Pada gambar berikut, jika ℓ // m, carilah besar $\angle x$ dan $\angle y$.

(1)

(2)

Soal 8

Pada gambar di sebelah kanan, jika $\angle a + \angle d = \angle 180°$, maka jelaskan mengapa ℓ // m.

2 Sudut Segi Banyak (Poligon)

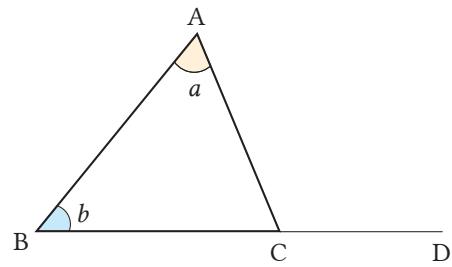
• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki sifat dari sudut segitiga.

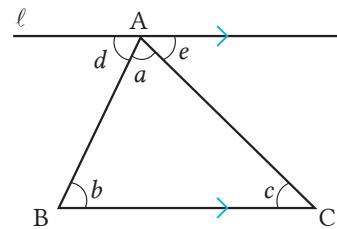
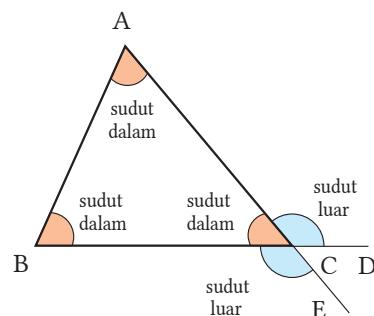
Sudut Dalam dan Sudut Luar Segitiga

Gambar berikut dibentuk dari pengubinan segitiga-segitiga kongruen. Dari gambar ini, apa yang dapat disimpulkan tentang sudut-sudut segitiga? Selain itu, hubungan apa yang terbentuk antara garis ℓ dan m?

Pada gambar △ABC di sebelah kanan, sisi BC diperpanjang ke arah C sehingga terbentuk BD, dan garis CE dikonstruksi sejajar BA. Sudut-sudut dalam berseberangan yang terbentuk besarnya sama dan BA // CE, sehingga $\angle a = \angle x$. Sudut-sudut sehadap yang terbentuk oleh garis-garis sejajar juga besarnya sama sehingga BA // CE dan $\angle b = \angle y$. Dengan demikian,

$= \angle a + \angle b + \angle c$

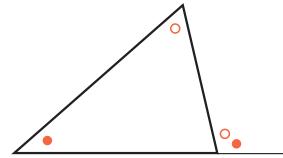
$= \angle x + \angle y + \angle c$

$= 180°$

Berpikir Matematis

Kita dapat menunjukkan jumlah besar sudut-sudut segitiga 180° menggunakan sifat garis-garis sejajar.

Pada gambar di sebelah kanan, sudut manakah yang besarnya sama dengan $\angle a + \angle b$? Tunjukkan jawabanmu pada gambar, dan berilah penjelasan. Selain itu, tuliskan persamaannya dengan menggunakan bentuk aljabar.

Soal 2

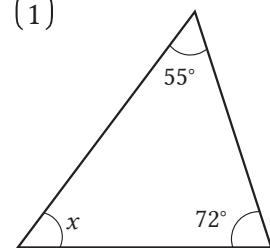
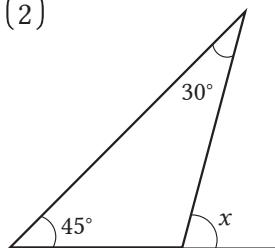
Jelaskan bahwa jumlah ketiga sudut $\triangle$ABC adalah 180° dengan membuat garis ℓ sejajar sisi BC dan melalui titik A seperti ditunjukkan pada gambar.

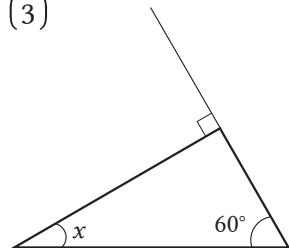
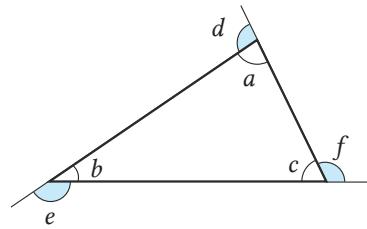
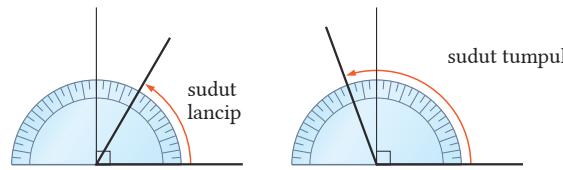
Pada $\triangle$ABC, $\angle$A, $\angle$B, dan $\angle$C disebut *sudut-sudut dalam*. Sudut-sudut yang dibentuk oleh sebuah sisi dan perpanjangan sisi, seperti $\angle$ACD atau $\angle$BCE disebut *sudut-sudut luar* pada titik C dari $\triangle$ABC.

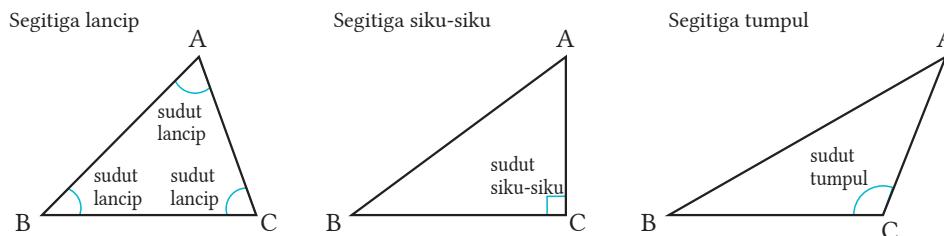
Soal 3

Pada $\triangle$ABC pada gambar di atas, tunjukkan sudut-sudut luar di titik A dan B.

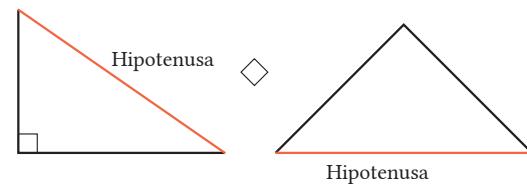
Kita dapat merangkum sifat-sifat sudut dalam dan sudut luar segitiga seperti berikut.

PENTING

Sifat-Sifat Sudut Segitiga

1. Jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°.
2. Jumlah sudut luar segitiga sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berdampingan dengan sudut luar tersebut.

Soal 4

Carilah $\angle x$ pada gambar-gambar berikut.

Soal 5

Berapakah jumlah sudut luar dari sebuah segitiga? Jelaskan dengan menggunakan sifat-sifat dari sudut-sudut segitiga.

Catatan Jumlah sudut-sudut luar berarti jumlah dari sudut-sudut luar pada tiap titik sudut.

Sebagaimana kita ketahui dari penyelidikan di Soal 5, jumlah sudut-sudut luar segitiga adalah 360°.

Sudut yang besarnya lebih dari 0° dan kurang dari 90° disebut *sudut lancip*. Sudut yang besarnya lebih dari 90° dan kurang dari 180° disebut *sudut tumpul*.

Segitiga dapat dikelompokkan ke dalam tiga jenis berdasarkan sudut-sudut dalamnya.

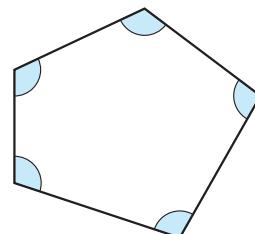
① Segitiga lancip: Besar ketiga sudut dalamnya lancip.

② Sudut siku-siku: Besar salah satu sudut dalamnya 90°.

③ Segitiga tumpul: Besar salah satu sudut dalamnya tumpul.

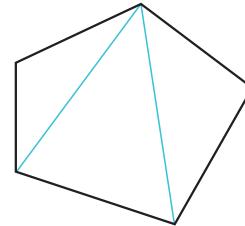
Sisi segitiga yang berada di depan sudut siku-siku disebut *hipotenusa* atau *sisi miring*.

Sekarang kita mengetahui sifat dari sudut segitiga.

Adakah sifat-sifat serupa pada segi banyak lainnya? Hlm.110

Jumlah Sudut Dalam Segi Banyak

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki sifat sudut segi banyak.

[Aktivitas Matematis]

Mari kita cari jumlah sudut-sudut dalam dari sebuah pentagon (segi lima). Jelaskan!

Pada , Heru menemukan jumlah sudut-sudut dalam sebuah pentagon (segi lima). Jelaskan!

Cara Heru

Segi lima dapat dibagi ke dalam tiga segitiga dengan menarik diagonal-diagonal dari salah satu titik sudut, sehingga jumlah sudut dalamnya adalah

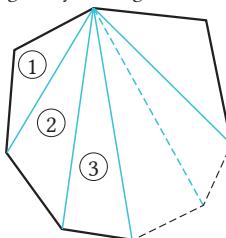
$$3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

Lengkapi tabel berikut dengan mengikuti Cara Heru dan tentukanlah jumlah sudut-sudut dalam dari berbagai segi banyak.

Berpikir Matematika

Kita dapat menduga bahwa jumlah sudut-sudut dalam suatu segi banyak dapat dicari dengan cara serupa segi lima.

	Segi-3	Segi-4	Segi-5	Segi-6	Segi-7	Segi-8
Banyak Titik Sudut	3		5			
Banyaknya Segitiga	1		3			
Jumlah Sudut-Sudut Dalam	$1 \times 180^\circ$		$3 \times 180^\circ$			

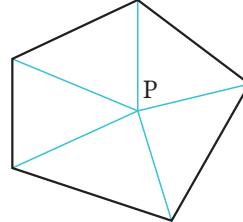
Dari tabel 1, apakah hubungan antara banyaknya titik sudut dan banyaknya segitiga? Bentuk aljabar apa yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam sebuah segi-10?

3 Pada bagian **1** di halaman sebelumnya, jika kita misalkan n adalah banyaknya titik sudut segi banyak, bentuk aljabar seperti apa yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam dari sebuah segi banyak?

Jika jumlah sudut adalah n, berapakah jumlah sudut segitiga?

Dari hasil penyelidikan kita sejauh ini, jumlah sudut-sudut dalam dari segi banyak dengan n titik sudut dapat dirangkum sebagai berikut.

PENTING

Jumlah Sudut-Sudut Dalam Segi Banyak

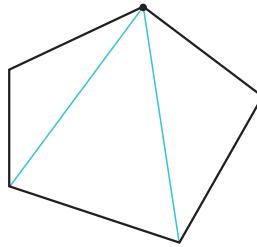
Jumlah sudut-sudut dalam segi banyak dengan n titik sudut adalah $(n - 2) \times 180°$.

4 Pada di halaman sebelumnya, Dewi menemukan jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5 sebagai berikut.

Cara Dewi

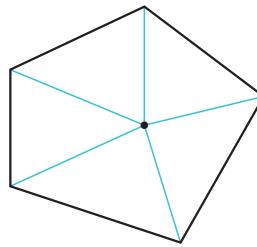
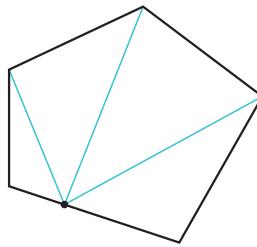
Ambil titik P di dalam segi-5 dan hubungkan ke tiap titik sudut, sehingga jumlah sudut-sudut dalamnya adalah

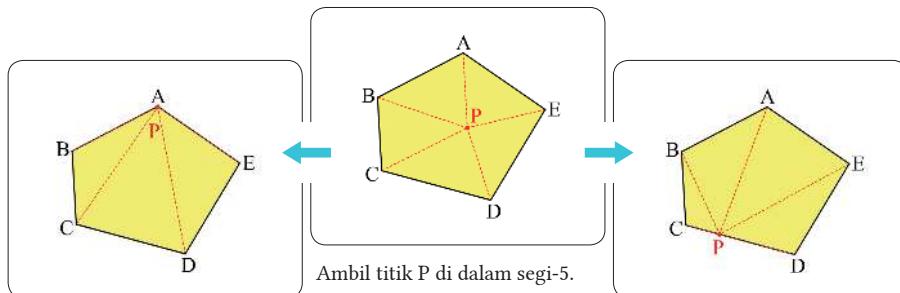
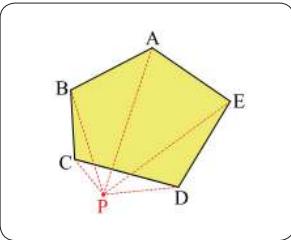
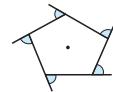
$$5 \times 180° - 360° = 540°$$

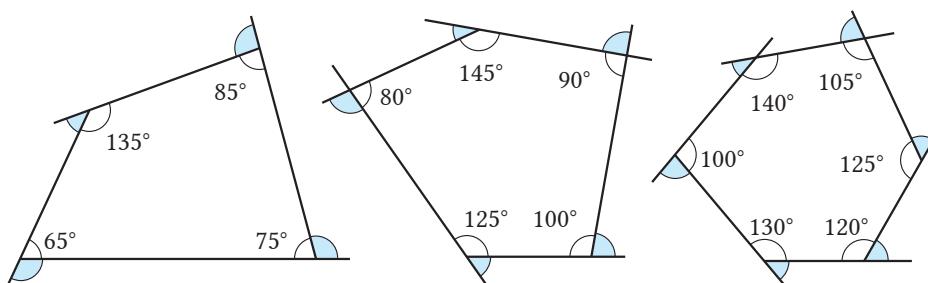
5 Dengan menggunakan Cara Dewi, tentukan jumlah sudut dalam segi banyak dengan n titik sudut, dan tunjukkan bahwa besarnya adalah $(n - 2) \times 180°$.

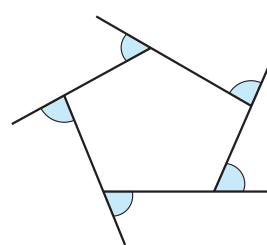
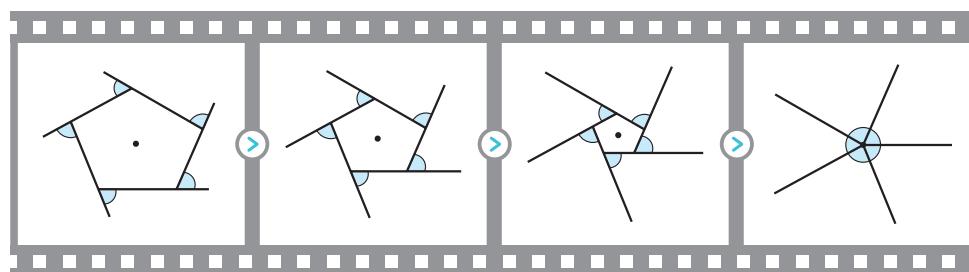
6 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut bila diketahui jumlah sudut dalam sebuah segi banyak dengan titik sudut n adalah $(n - 2) \times 180°$.

(1) Berapakah jumlah sudut dalam segi-12?

(2) Berapakah besar sebuah sudut dalam dari segi-12 beraturan?

(3) Segi banyak mana yang jumlah sudut dalamnya 1.260°.

Berpikir dengan Mengitari Titik P

Ketika kita menemukan jumlah sudut-sudut dalam segi-5, kita membagi segi-5 tersebut ke dalam segitiga-segitiga dengan cara berikut.

Membagi dari titik sudut. Membagi dari titik dalam. Membagi dari titik pada sisi.

Jika kita berpikir cara-cara ini sebagai “menghubungkan sembarang titik P ke setiap titik sudut segi-5 dan menggerakkan P ke yang lain”, maka kita akan melihat cara-cara tersebut sebagai satu kesatuan ide.

Memindahkan titik P ke titik A. Ambil titik P di dalam segi-5. Memindahkan titik P ke sisi CD.

Jika kita menggunakan komputer, kita akan mudah melihatnya.

Jika kita memiliki gagasan ini, kita dapat berpikir untuk memindahkan titik P ke luar dari segi-5. Gunakan gambar di samping untuk menentukan jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5.

Jumlah Sudut Luar Segi Banyak

Gambar berikut menunjukkan sudut-sudut luar di tiap titik sudut segi empat, segi-5, dan segi-6. Berapakah jumlah sudut-sudut luarnya? Dari hasil perhitungan, apa dugaanmu tentang jumlah sudut-sudut luar segi banyak?

Berpikir Matematis
Dengan menemukan jumlah sudut luar segi banyak tertentu, kita dapat menemukan aturan untuk mencari jumlah sudut luar segi banyak.

Jumlah sudut luar segi-5 dapat dicari dengan cara berikut. Pada tiap titik sudut, jumlah sudut dalam dan sudut luarnya selalu 180°. Oleh karena itu, jumlah sudut dalam dan sudut luar dari 5 titik sudut adalah $5 \times 180° = 900°$.

Jumlah sudut-sudut dalam segi-5 adalah $(5 - 2) \times 180° = 540°$. Oleh karena itu, jumlah sudut-sudut luar segi-5 adalah

$900° - 540° = 360°$.

Selain itu, jumlah sudut luar segi-5, yaitu 360°, dapat dicari dengan translasi sisi-sisinya seperti berikut.

Soal 6 Carilah jumlah sudut luar segi-8.

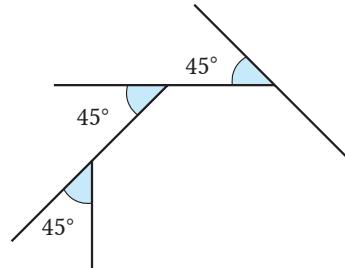
Jumlah sudut luar dari sebuah segi banyak dengan n titik sudut dapat ditentukan dengan cara berikut.

(Jumlah sudut-sudut luar segi banyak dengan n titik sudut)

$= n \times 180° -$ (Jumlah sudut-sudut dalam segi banyak dengan n titik sudut)

$= n \times 180° - (n - 2) \times 180°$

$= 360°$

PENTING

Jumlah Sudut Luar Segi Banyak

Jumlah sudut luar segi banyak dengan n titik sudut adalah $360°$.

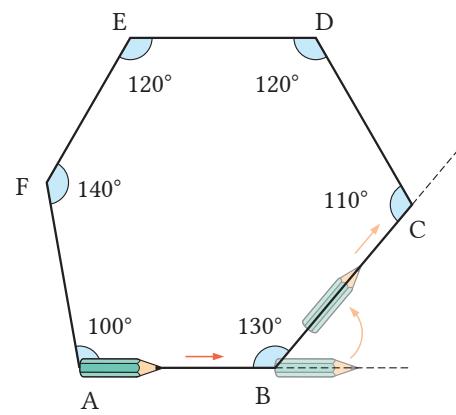
Soal 7

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Segi banyak beraturan apakah yang memiliki satu sudut luarnya $45°$?

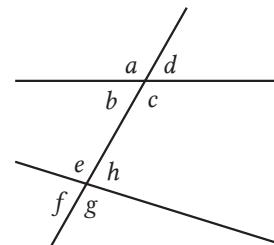
(2) Segi banyak beraturan apakah yang memiliki satu sudut luarnya $160°$?

Sekarang kita mengetahui jumlah sudut-sudut dalam dan sudut luar segi banyak.

Apa yang dapat kita ketahui dari sifat-sifat garis-garis sejajar dan segi banyak sejauh ini? Hlm.122

Cermati

Berapakah Sudut Rotasi dari Pensil?

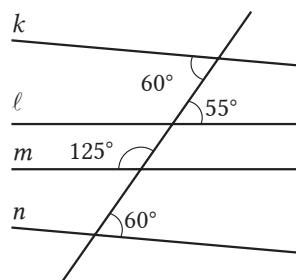
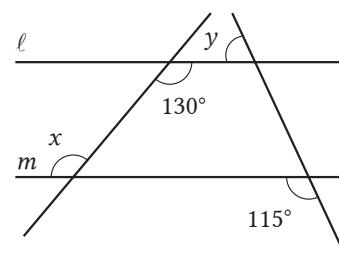
Diketahui sebuah segi-6 pada gambar di kanan. Tempatkan sebuah pensil pada titik sudut A dan gerakkan pensil tersebut sepanjang sisi-sisi segi-6, pensil berubah arah di tiap titik sudutnya. Pada setiap titik sudut, berapa derajatkah pensil melakukan rotasi (berputar)? Ketika pensil kembali ke tempat mula-mula, berapakah jumlah total sudut rotasinya?

Mari Kita Periksa

1

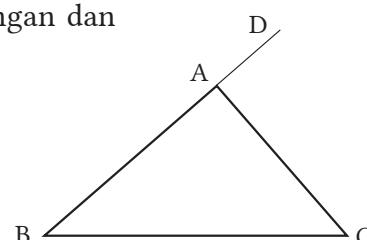
Sudut-Sudut Bertolak Belakang [Hlm.103] S 2
Sudut Sehadap dan Sudut Dalam Berseberangan [Hlm.103] S 3

Dengan menggunakan gambar di sebelah kanan, jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sudut-sudut yang besarnya sama dengan $\angle a$.

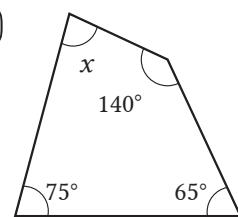
(2) Tentukan sudut bertolak belakang, sudut sehadap, dan sudut dalam berseberangan dari $\angle h$.

2

Garis Sejajar dan Sudut Sehadap [Hlm.104] S 4
Garis Sejajar dan Sudut Dalam Berseberangan [Hlm.105] S 6

Pada gambar (1) berikut, tentukan garis-garis sejajar. Nyatakan garis-garis sejajar dengan simbol kesejajaran. Pada gambar (2) berikut, jika $\ell \mathbin{/\!/} m$, tentukan besar $\angle x$ dan $\angle y$.

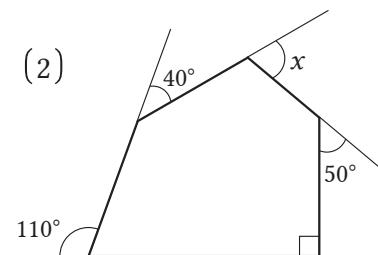
(1)

(2)

3

Sudut Dalam dan Sudut Luar Segitiga [Hlm.107] S 1 [Hlm.108] S 4

Pada $\triangle ABC$ di samping, isilah ☐ dengan bilangan dan sudut yang tepat.

(1) $\angle BCA + \angle B + \angle C =$ ☐

(2) $\angle BCA =$ ☐ + ☐

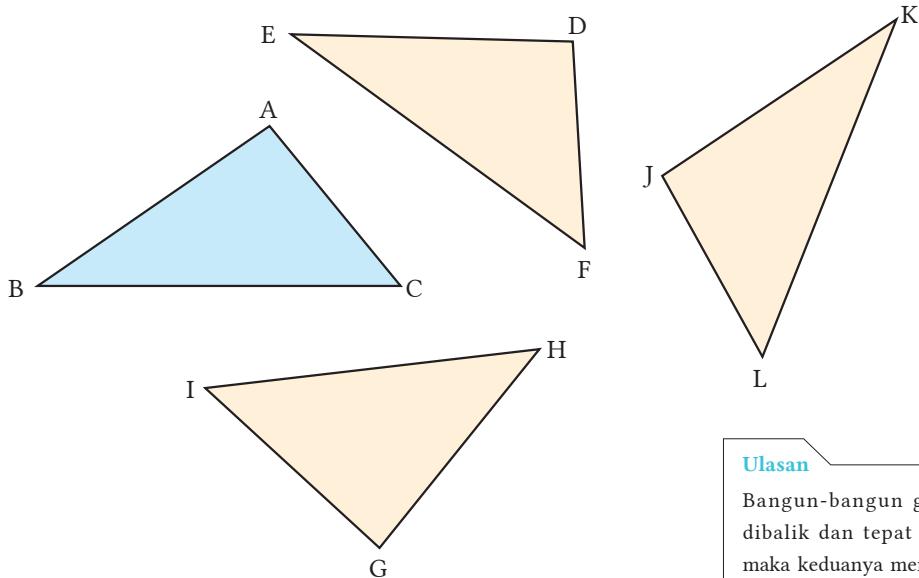
4

Jumlah Sudut-Sudut Dalam Segi Banyak [Hlm.111]
Jumlah Sudut Luar Segi Banyak [Hlm.114] S 7

Carilah $\angle x$ pada gambar-gambar berikut.

(1)

(2)

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

2 Kekongruenan Bangun-Bangun Geometri

1 Bangun-Bangun Geometri yang Kongruen

• Tujuan • Peserta didik dapat menyelidiki bangun-bangun geometri yang kongruen.

Pada gambar berikut, carilah segitiga-segitiga yang kongruen dengan $\triangle ABC$. Potonglah gambar $\triangle ABC$ pada bagian akhir buku ③, dan selidikilah sifat-sifatnya.

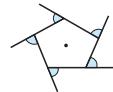
Ulasan

Bangun-bangun geometris yang dibalik dan tepat satu sama lain, maka keduanya merupakan bangun-bangun yang kongruen.

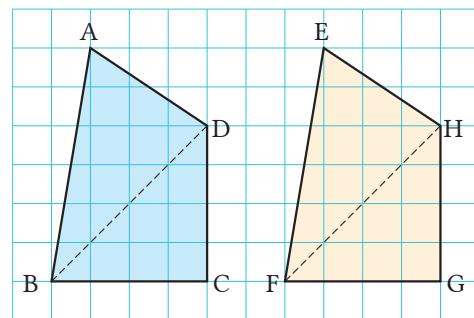
SD Kelas V

Soal 1

Tentukan titik-titik yang bersesuaian, sisi-sisi bersesuaian, dan sudut-sudut bersesuaiannya dari $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ di Q.

Ulasan

Ketika bangun-bangun geometri tepat sama satu sama lain, maka titik, sisi, dan sudut yang saling tepat sama dinamakan titik-titik, sisi-sisi, dan sudut-sudut bersesuaian.

SD Kelas V

Simbol $\cong$, seperti pada $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, digunakan untuk menyatakan kekongruenan antara $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$. Notasi tersebut dibaca 'segitiga ABC kongruen dengan segitiga DEF'.

Catatan Ketika kita menggunakan simbol $\cong$ untuk kekongruenan, maka kita susun urutan huruf dari titik-titik yang saling bersesuaian.

Soal 2

Pada gambar berikut, jika segi empat ABCD ≅ segi empat EFGH, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan sisi-sisi yang bersesuaian.

(2) Tentukan sudut-sudut yang bersesuaian.

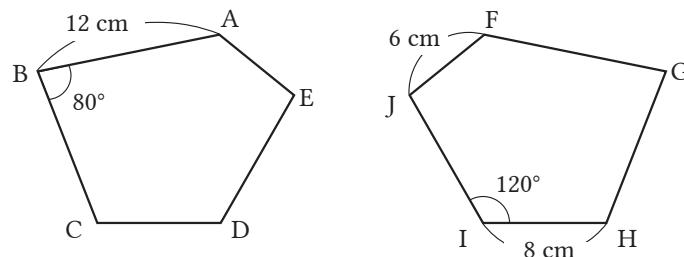
(3) Bandingkanlah panjang ruas garis BD dan ruas garis FH.

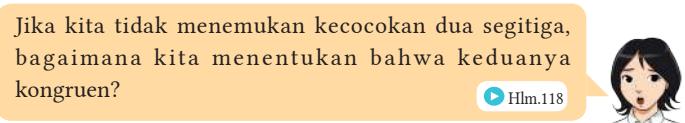
(4) Bandingkan besar ∠ABD dan ∠EFH.

Pada gambar di Soal 2, karena segi empat ABCD ≅ segi empat EFGH, maka terkait sisi dan sudut bersesuaian, kita peroleh

AB = EF, BC = FG, CD = GH, DA = HE

∠A = ∠E, ∠B = ∠F, ∠C = ∠G, ∠D = ∠H.

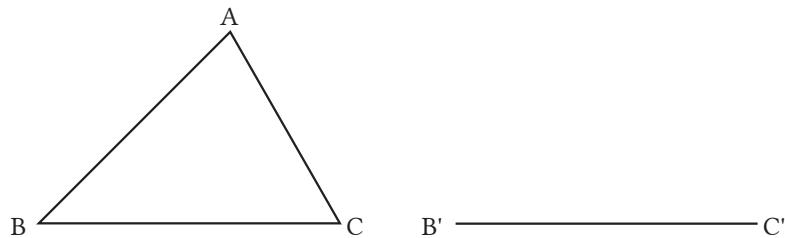
Secara umum, berikut merupakan sifat-sifat bangun geometri yang kongruen.

PENTING

Sifat-Sifat Bangun yang Kongruen

1. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.
2. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

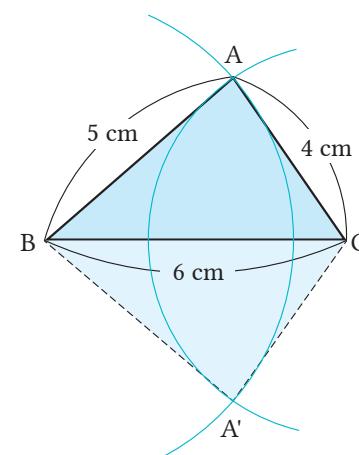
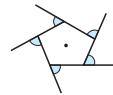
Soal 3

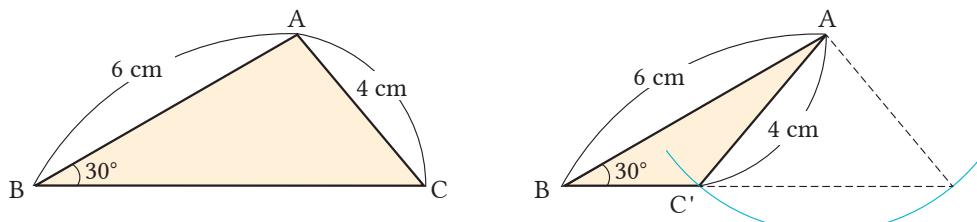
Pada gambar berikut, segi lima ABCDE ≅ segi lima FGHIJ. Carilah panjang sisi-sisi dan sudut-sudut yang kamu lihat, dan kemudian nyatakanlah pada gambar.

Jika kita tidak menemukan kecocokan dua segitiga, bagaimana kita menentukan bahwa keduanya kongruen? Hlm.118

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

2 Syarat-Syarat Kekongruenan Segitiga

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan apakah dua segitiga kongruen atau tidak melalui penyelidikan sisi dan sudut.

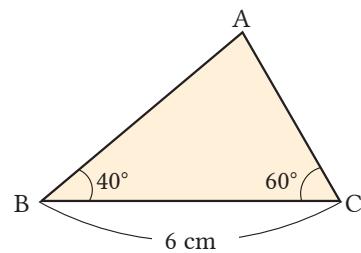
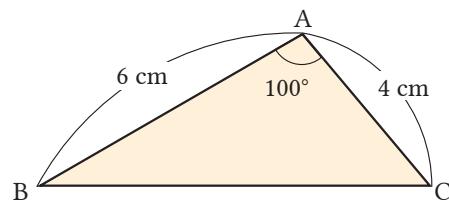
Gambarlah ΔA'B'C' yang kongruen dengan ΔABC. Jika pertama-tama kita menggambar B'C', panjang sisi dan sudut segitiga mana yang perlu diketahui untuk menentukan titik sudut A? Berapa banyak panjang sisi, kecuali BC, dan sudut yang perlu kita ketahui?

Sebuah segitiga memiliki tiga sisi dan tiga sudut, yang merupakan enam bagian segitiga. Dari Q, kita berharap dapat menggambar segitiga-segitiga yang saling kongruen dengan menggunakan tiga dari enam bagian segitiga.

Soal 1

Gambarlah ΔABC dengan syarat-syarat yang diketahui berikut. Syarat manakah yang menentukan suatu segitiga?

(1) AB = 5 cm, BC = 6 cm, CA = 4 cm

(2) AB = 6 cm, ∠B = 30°, AC = 4 cm

(3) AB = 6 cm, ∠A = 100°, AC = 4 cm

(4) BC = 6 cm, ∠B = 40°, ∠C = 60°

Seperti diberikan di Soal 1, jika kita menggambar ΔABC dengan syarat 3 sisi diketahui, dua segitiga dapat digambar seperti ditunjukkan pada gambar sebelah kanan. Jika kita mentransformasi ΔABC menggunakan BC sebagai sumbu transformasi, ΔABC tepat bersesuaian sama dengan ΔA'BC, sehingga hanya satu segitiga yang dapat ditentukan.

Gambarlah ΔA'B'C' yang kongruen dengan ΔABC. Jika pertama-tama kita menggambar B'C', panjang sisi dan sudut segitiga mana yang perlu diketahui untuk menentukan titik sudut A? Berapa banyak panjang sisi, kecuali BC, dan sudut yang perlu kita ketahui?

Seperti diketahui di Soal 1 (3) pada halaman sebelumnya, jika kita perluas syarat 'dua sisi dan satu sudut diketahui' menjadi 'dua sisi dan satu sudut yang terbentuk oleh kedua sisi', maka hanya ada satu segitiga yang dapat ditentukan.

Seperti diketahui di Soal 1 (4) pada halaman sebelumnya, jika kita gambar ΔABC dengan syarat 'satu sisi dan dua sudut diketahui pada kedua titik sudut sisi', maka hanya satu segitiga yang dapat ditentukan.

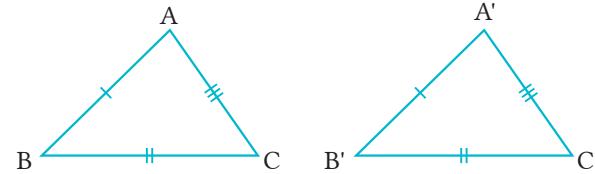
Dari yang telah kita pelajari hingga saat ini, jika salah satu syarat berikut diketahui, maka hanya ada satu segitiga yang dapat ditentukan.

① Tiga sisi.
② Sisi dan satu sudut di antara kedua sisi tersebut.
③ Sudut dan satu sisi yang terletak antara kedua sudut tersebut.

Oleh karena itu, untuk menentukan apakah dua segitiga saling kongruen, maka kita perlu mengecek persyaratan ①, ②, dan ③ di atas.

Dari yang sudah kita selidiki, syarat-syarat untuk terjadinya kekongruenan segitiga dapat dirangkum sebagai berikut.

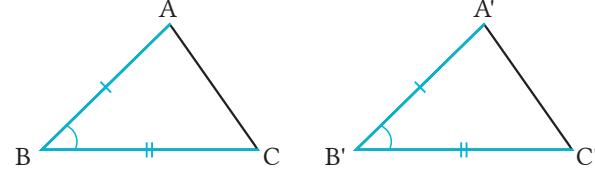
PENTING

Aturan Kekongruenan Segitiga

Dua segitiga dinyatakan kongruen jika salah satu syarat berikut dipenuhi.

1. *Tiga pasang sisi bersesuaian sama panjang (Sisi-Sisi-Sisi).*

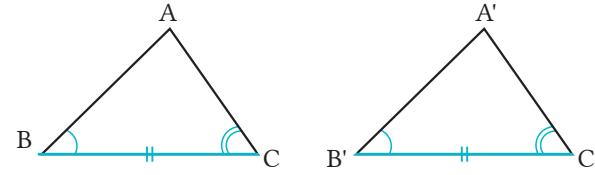
   AB = A'B'

   BC = B'C'

   CA = C'A'

2. *Dua pasang sisi bersesuaian sama dan sudut di antara kedua sisi tersebut besarnya sama (Sisi-Sudut-Sisi).*

   AB = A'B'

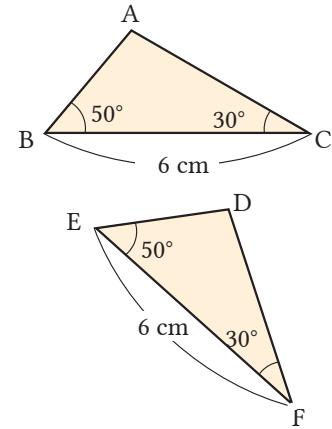
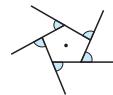
   BC = B'C'

   $\angle B = \angle B'$

3. *Dua sudut bersesuaian sama dan sisi di antara kedua sudut tersebut besarnya sama (Sudut-Sisi-Sudut).*

   BC = B'C'

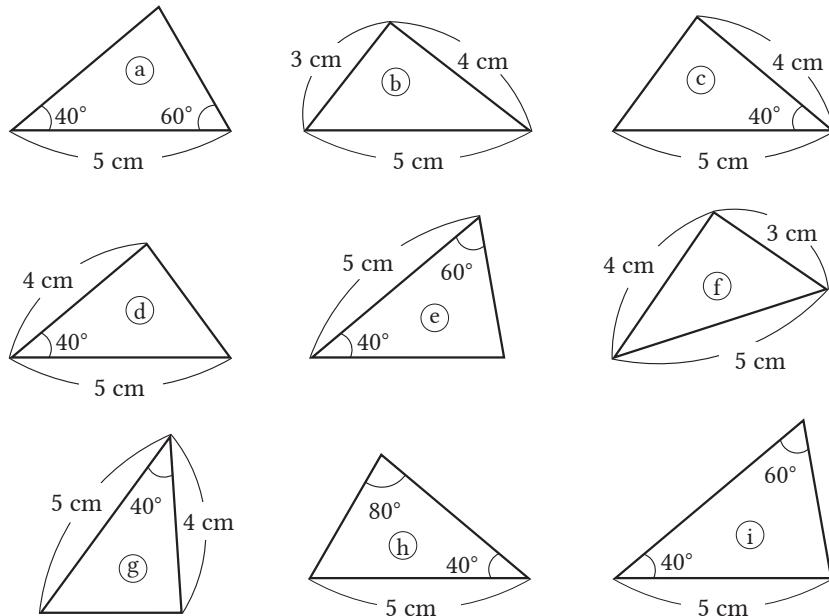
   $\angle B = \angle B'$

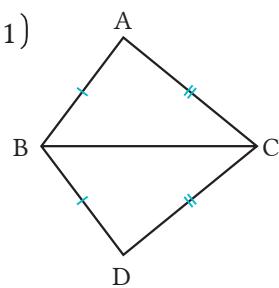
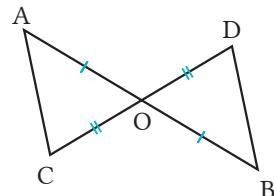
   $\angle C = \angle C'$

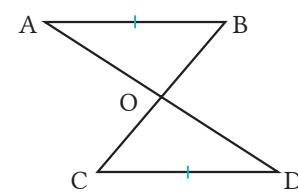
Contoh 1

Pada ΔABC dan ΔDEF,

BC = EF

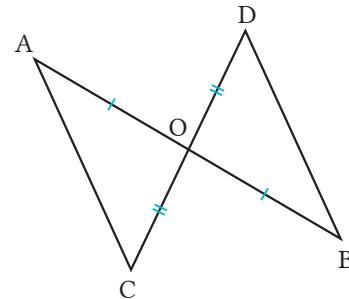
$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

Sesuai aturan Sudut-Sisi-Sudut, maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Seperti ditunjukkan pada Contoh 1 di halaman sebelumnya, dengan menggunakan syarat kongruensi dua segitiga, maka kita dapat menentukan apakah dua segitiga itu kongruen atau tidak tanpa perlu mencocokkan semua komponennya.

Soal 2

Pada gambar berikut, tentukan pasangan segitiga yang kongruen. Tentukan aturan kekongruenan segitiga yang mana yang kamu gunakan.

Soal 3

Pada gambar-gambar berikut, tentukan pasangan segitiga yang kongruen. Nyatakan kongruensi tersebut dengan simbol ≅, dan tentukan syarat kongruensi yang mana yang digunakan. Perhatikan bahwa sisi dengan tanda sama berarti panjangnya sama.

Sekarang kita mengetahui syarat terjadinya kekongruenan dua segitiga.

Jika kita menggunakan syarat kongruensi dua segitiga, apa yang dapat kita lihat? Hlm.122

3 Cara Membuktikan Sifat Bangun Geometri

Peserta didik dapat membuktikan sifat bangun geometri dengan menggunakan sifat-sifat garis sejajar, sifat-sifat segi banyak, dan syarat kongruensi dua segitiga.

Pembuktian

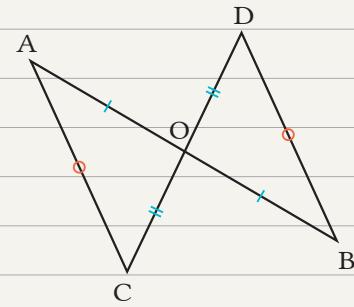
Contoh 1

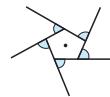
Jelaskan bahwa jika ruas garis AB dan CD berpotongan di titik tengah O, maka AC= BD.

Cara

Dengan menggunakan aturan kongruensi dua segitiga, tunjukkan bahwa ΔACO dan ΔBDO kongruen, serta jelaskan mengapa AC = BD.

Karena pada ΔACO dan ΔBDO ruas garis AB dan CD berpotongan di titik tengah O, maka

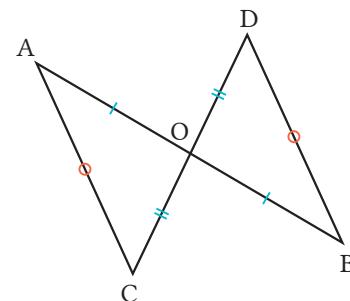
AO = BO ①

CO = DO ②

Karena sudut bertolak belakang besarnya sama, maka ∠AOC = ∠BOD ③

Dari ①, ②, dan ③, menurut aturan kongruensi Sisi-Sudut-Sisi, maka ΔACO ≅ ΔBDO.

Akibatnya, sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga kongruen adalah sama, sehingga AC = BD.

Seperti sudah dijelaskan sebelumnya, panjang dari ruas garis AB dan CD, serta sudut yang terbentuk dari perpotongan AB dan CD tidak digunakan. Oleh karena itu, untuk sembarang panjang ruas garis AB dan CD, dan untuk sembarang sudut yang terbentuk dari perpotongan AB dan CD, maka AC = BD. Seperti ditunjukkan pada contoh di atas, menjelaskan apakah sebuah pernyataan benar berdasarkan pernyataan-pernyataan yang sudah kita ketahui benar secara logis dinamakan *pembuktian.*

Pengandaian dan Kesimpulan

Untuk membuktikan sebuah pernyataan, kita perlu untuk dapat membedakan 'bagian yang diketahui' dan 'bagian yang harus dibuktikan".
Pada Contoh 1 di halaman sebelumnya,
(I) bagian yang diketahui adalah AO = BO, CO = DO dan
(II) bagian yang harus dibuktikan adalah AC = BD.

Oleh karena itu, kita dapat menulis pernyataan yang akan dibuktikan seperti berikut.
Pada ΔACO dan ΔBDO,
jika AO = BO dan CO = DO, maka AC = BD.

Dengan cara ini, bagian yang diberi satu garis bawah ditandai ___ dinamakan *pengandaian*, dan bagian yang ditandai dua garis bawah dinamakan *kesimpulan* ___.
Dalam matematika, kita sering menyatakan pernyataan yang akan dibuktikan dengan kalimat "Jika" dan "maka".

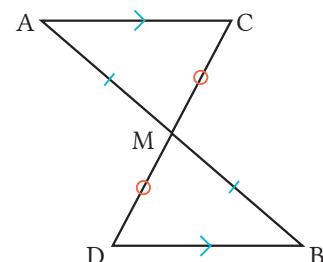
Soal 1

Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan untuk tiap pernyataan berikut.
(1) Jika ΔABC ≅ ΔDEF, maka AB = DE.
(2) Pada ΔABC, jika ∠A = ∠90°, maka ∠B + ∠C = 90°.
(3) Jika dua bilangan bulat a dan b adalah ganjil, maka $a + b$ adalah bilangan genap.

Soal 2

Nyatakan pernyataan berikut dengan gambar, dan tentukan bagian pengandaian dan kesimpulannya.

> Diketahui ruas garis AB dan CD berpotongan di titik M, jika AC//DB dan AM = BM, maka CM = DM.

Cara Menulis Pembuktian

Membedakan antara pengandaian dan kesimpulan, serta menyusun proses pembuktian dari sifat-sifat bangun geometri.

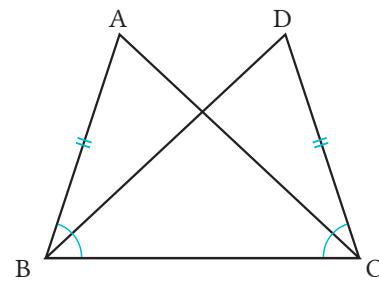
Contoh 2

Seperti ditunjukkan pada gambar kanan bawah, dengan diketahui ruas garis AB dan CD berpotongan di titik M, buktikan bahwa jika AC // DB dan AM = BM, maka CM = DM.

Cara

Pengandaiannya adalah AC // DB dan AM = BM. Kesimpulannya adalah CM = DM. Agar dari pengandaian sampai pada kesimpulan, maka kita perlu menunjukkan kekongruenan antara ΔAMC dan ΔBMD.

Ketika kita membuktikan sifat-sifat bangun geometri, kita gunakan proses berikut.

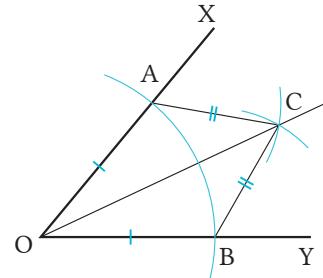
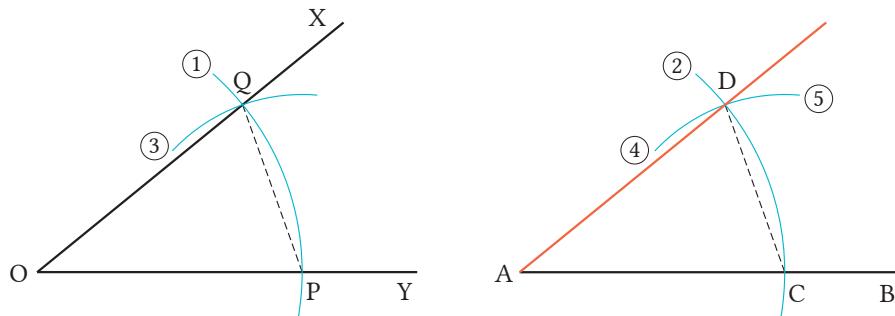
1. Gambar bangun geometri dengan benar, termasuk tanda dan huruf.
2. Bedakan antara pengandaian dan kesimpulan.
3. Dari pengandaian, kita berusaha sampai ke kesimpulan dengan menggunakan dasar penalaran.

Soal 3 Pada pembuktian di Contoh 1 di halaman 124, kita telah menunjukkan bahwa $\triangle AMC \cong \triangle BMD$. Dari hasil ini, apa yang dapat kamu amati selain CM = DM?

Soal 4 Pada gambar di kanan, jika AB = DC dan $\angle ABC = \angle DCB$, maka $\angle BAC = \angle CDB$. Jawab pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan.

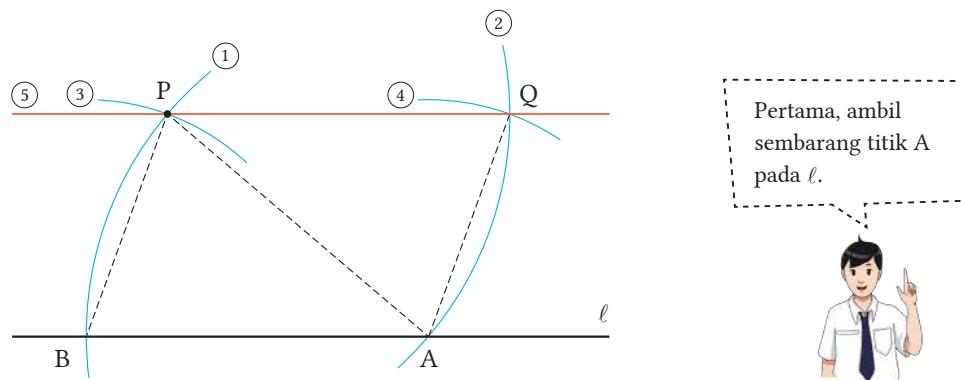
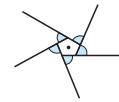
(2) Buktikan!

Soal 5 Kita konstruksi garis bagi OC dari $\angle XOY$ seperti pada gambar di kanan. Isilah ☐ dan buktikan bahwa sinar garis OC adalah garis bagi sudut $\angle XOY$.

[Pengandaian] OA = ☐ (1) AC = ☐ (2)
[Kesimpulan] $\angle AOC = \angle$ ☐ (3)
[Bukti].
Hubungkan titik-titik A dan C, serta B dan C.
Pada $\triangle AOC$ dan $\triangle BOC$, diketahui dari pengandaian
OA = ☐ (1) (4)
AC = ☐ (2) (5)
Karena sisi bersama, maka
OC = ☐ (3) (6)
Dari (1), (2), dan (3), karena ☐ (7) sesuai syarat kongruensi, maka $\triangle AOC \cong \triangle BOC$.
Sudut-sudut yang bersesuaian pada bangun-bangun yang kongruen besarnya sama, sehingga
$\angle AOC =$ ☐ (8)

Ulasan

Pengkonstruksian Garis Bagi

1. Buat lingkaran dengan pusat O dan jari-jari sembarang. Misalkan A dan B titik-titik potong lingkaran dengan sisi OX dan OY.
2. Buat dua lingkaran dengan pusat A dan B dan berjari-jari sama. Misalkan titik potong kedua lingkaran C.
3. Buat sinar OC.

SMP Kelas VII

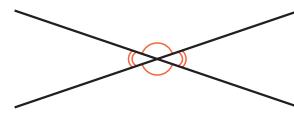
Soal 6 Gambar berikut menunjukkan metode pengkonstruksian ∠DAB yang kongruen dengan ∠XOY. Hal tersebut dapat dikonstruksi dengan pertama-tama membuat sinar garis AB, kemudian mengikuti proses (1) sampai (5). Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buat ∠XOY sembarang, dan konstruksi ∠DAB kongruen dengannya mengikuti proses di atas.

(2) Kita akan buktikan bahwa konstruksi ini benar. Jawablah pertanyaan berikut.

① Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulan.

② Untuk memperoleh pengandaian dari kesimpulan, segitiga-segitiga manakah yang perlu ditunjukkan kekongruenannya?

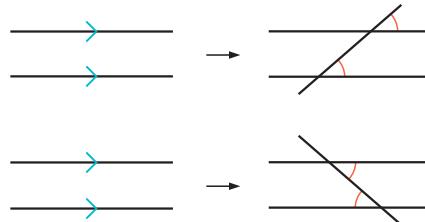
③ Buktikan!

Gambar berikut menunjukkan metode pengkonstruksian 'garis yang sejajar garis ℓ dan melalui titik P di luar ℓ'. Cobalah jelaskan menggunakan proses ① hingga ⑤. Buktikan bahwa metode pengkonstruksian ini benar menggunakan kekongruenan segitiga.

Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Geometri

Berdasarkan materi yang sudah kita pelajari hingga saat ini, mari kita rangkum sifat-sifat bangun geometri yang digunakan sebagai landasan dalam proses pembuktian.

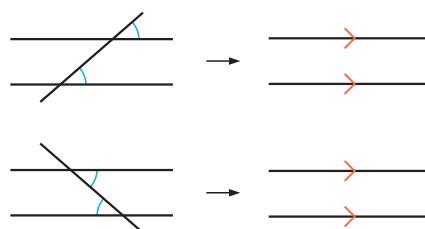
PENTING

Sifat Sudut Bertolak Belakang

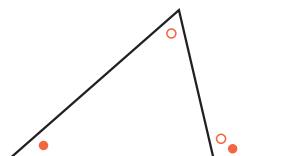
Sudut yang bertolak belakang sama besar.

PENTING

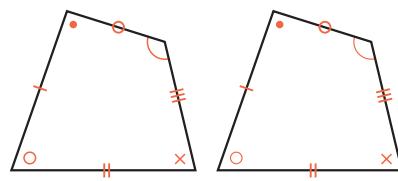
Sifat Garis-Garis Sejajar

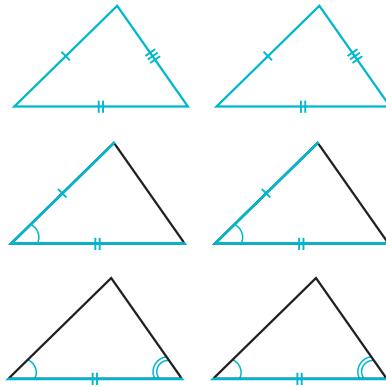
Ketika dua garis dipotong garis lain,

1. jika dua garis sejajar, maka sudut-sudut sehadap besarnya sama;
2. jika dua garis sejajar, maka sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama.

PENTING

Syarat Kesejajaran Garis

Ketika dua garis dipotong garis lain,

1. jika sudut-sudut sehadap besarnya sama, maka kedua garis sejajar;
2. jika sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama, maka kedua garis sejajar.

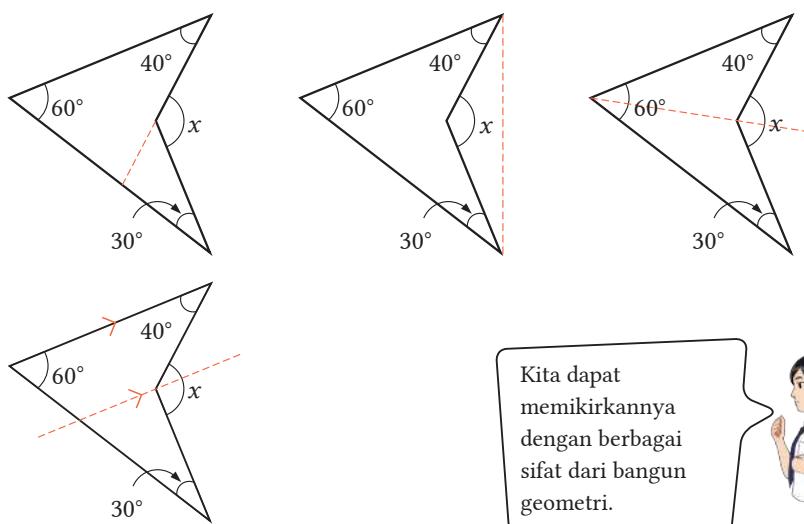
PENTING

Sifat-Sifat Sudut Segitiga

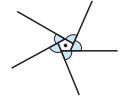
1. Jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°.
2. Besar sudut luar sama dengan jumlah dua sudut dalam yang tidak berdampingan.

PENTING

Sifat Bangun-Bangun yang Kongruen

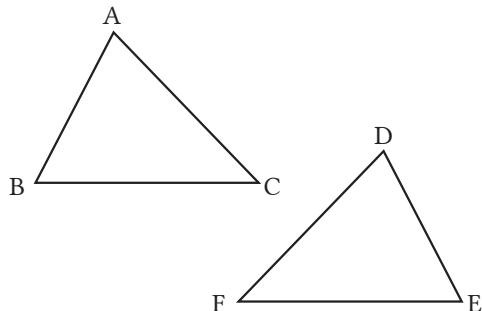
1. Pada bangun-bangun yang kongruen, sisi yang bersesuaian panjangnya sama.
2. Pada bangun-bangun yang kongruen, sudut-sudut yang bersesuaian besarnya sama.

PENTING

Syarat Kekongruenan Segitiga

Dua segitiga dinyatakan kongruen bila salah satu syarat berikut dipenuhi.

1. Ketiga pasang sisi sama panjang (Sisi-Sisi-Sisi).
2. Dua pasang sudut bersesuaian sama dan sudut antara kedua sisi sama besar (Sisi-Sudut-Sisi).
3. Dua pasang sudut bersesuaian dan sisi di antara kedua sudut besarnya sama (Sudut-Sisi-Sudut).

Pada bangun geometri berbentuk *boomerang* berikut, carilah besar $\angle x$ dengan berbagai cara.

Kita dapat memikirkannya dengan berbagai sifat dari bangun geometri.

Mari Kita Periksa

1

Syarat-Syarat Kekongruenan Segitiga

[Hlm.124] Cth. 1

Untuk keterangan berikut, syarat tambahan apa yang diperlukan agar ΔABC dan ΔDEF kongruen?

(1) $BC = EF$, $CA = FD$.

(2) $BC = EF$, $\angle B = \angle E$.

(3) $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$.

2

Cara Menulis Pembuktian

[Hlm.124] Cth. 2

Ruas garis AB dan CD sejajar dan memiliki panjang yang sama. Jika kita misalkan O adalah titik potong antara ruas garis yang menghubungkan A dan D serta C dan B, maka $AO = DO$.

Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Lengkapi gambar di kanan.

(2) Tentukan bagian pengandaian dan bagian kesimpulan.

(3) Ketika kita menulis pembuktian dengan mengikuti proses berikut, nyatakan dasar penalaran untuk (1) sampai (5).

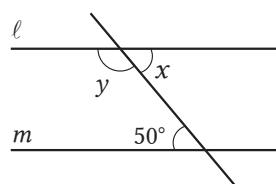
Pada ΔAOB dan ΔDOC,

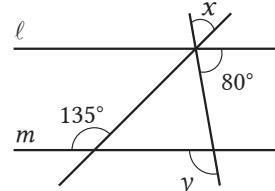
$AB = DC$ .... ①

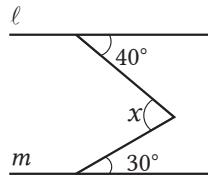
$\angle BAO = \angle CDO$ .... ②

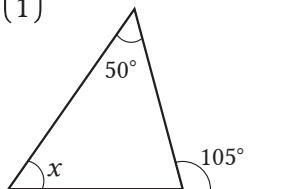
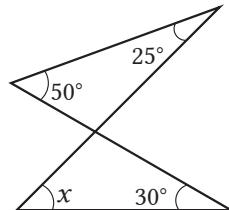
$\angle ABO = \angle DCO$ .... ③

Oleh karena itu, $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ .... ④

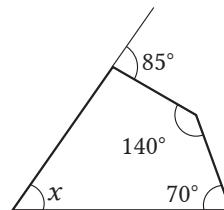
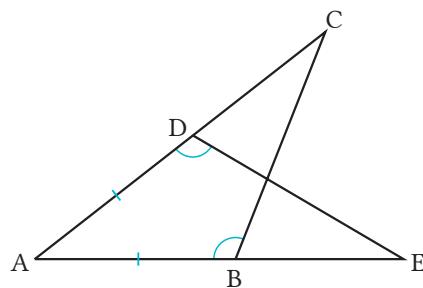
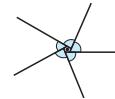
Jadi, $AO = DO$ .... ⑤

BAB 4 Soal Ringkasan

Jawaban di halaman 232, 233

Gagasan Utama

1 Untuk gambar-gambar berikut, jika $\ell // m$, carilah $\angle x$ dan $\angle y$.

(1)

(2)

(3)

2 Untuk gambar-gambar berikut, carilah $\angle x$.

(2)

(3)

3 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Carilah besar sudut dalam dari segi-6 beraturan.

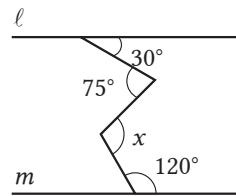
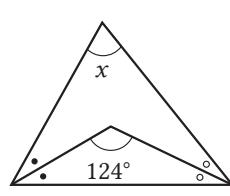
(2) Carilah besar sudut luar dari segi-10 beraturan.

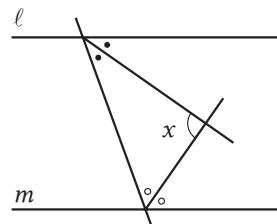
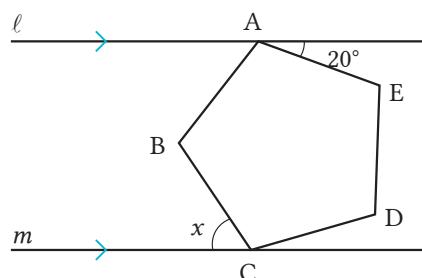
(3) Segi banyak apa yang memiliki jumlah sudut-sudut dalam 90°?

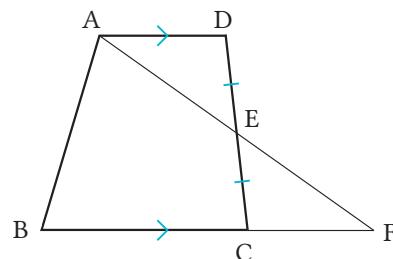
4 Pada gambar sebelah kanan, jika AB = AD, ∠ABC = ∠ADE, maka BC = DE. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan bagian kesimpulan.

(2) Agar dari pengandaian sampai pada kesimpulan, segitiga-segitiga mana yang harus ditunjukkan saling kongruen?

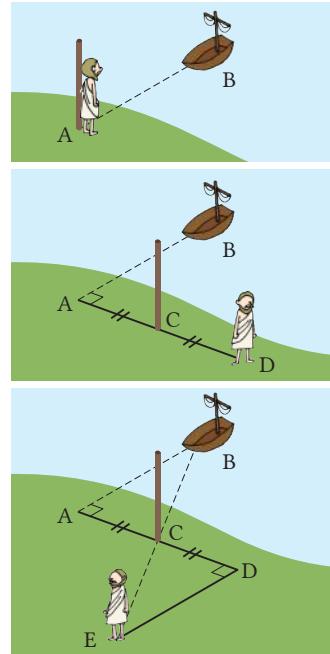
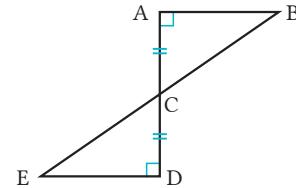
(3) Buktikan!

Penerapan

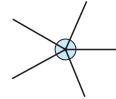
1 Pada gambar berikut, carilah $\angle x$. Pada $\ell // m$, sudut-sudut yang memiliki tanda yang sama besarnya sama.

(1)

(2)

(3)

2 Pada gambar berikut, titik A dan C pada segi-5 beraturan ABCDE terletak pada garis ℓ dan m yang sejajar. Carilah $\angle x$.

3 Buktikan pernyataan berikut dengan menggunakan proses [1], [2], dan [3] pada halaman 124.

> Buatlah garis sumbu ℓ pada segmen AB, dan misalkan M adalah titik potong antara AB dan ℓ. Jika titik P diambil pada ℓ, maka PA = PB.

4 Pada trapesium ABCD dengan AD//BC, misalkan E adalah titik tengah CD, dan hubungkan titik A dan E. Buktikan bahwa, jika F adalah titik potong perpanjangan garis AE dan BC, maka AE = FE.

Penggunaan Praktis

Thales, matematikawan Yunani Kuno abad 6 SM, telah menemukan cara menentukan jarak antara suatu daratan dan sebuah kapal laut yang tak dapat diukur secara langsung.

Metode Thales

① Lihatlah kapal B dari A.

② Pada titik A, berputarlah 90°, kemudian tentukan sembarang jarak dan berjalanlah ke arah tersebut lalu tempatkan tongkat di C. Lanjutkan berjalan ke depan dengan arah dan jarak yang sama hingga D.

③ Pada D, lihat ke arah C, dan berputar 90° ke arah berlawanan B. Berjalanlah ke depan pada arah tersebut, dan namai titik untuk melihat tongkat C dan kapal B yang segaris dengan titik E.

④ Ukurlah jarak D dan E.

1 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

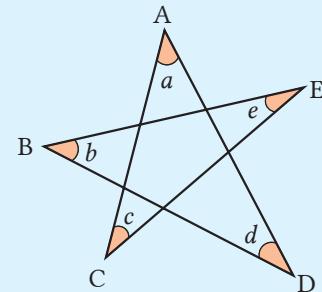
(1) Pada Metode Thales, dengan menggunakan gambar di kanan, ia menemukan jarak A ke kapal dengan menggunakan AB = DE. Buktikan bahwa AB = DE.

(2) Pada Metode Thales, ia memisalkan ∠BAC dan ∠EDC sebesar 90°. Bagian ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ berikut merupakan pernyataan-pernyataan terkait ∠BAC dan ∠EDC. Pilih pernyataan-pernyataan yang benar.

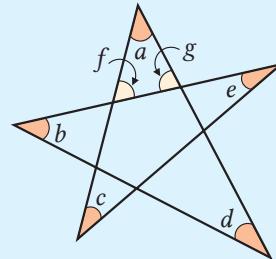
ⓐ Hanya bila kedua sudut ∠BAC dan ∠EDC sebesar 90°, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan △ABC ≅ △DEC.

ⓑ Jika ∠BAC = ∠CDE, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan △ABC ≅ △DEC meskipun besar sudutnya tidak 90°.

ⓒ Jika ∠BAC= 90°, maka jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan △ABC ≅ △DEC berapa pun besar ∠EDC.

ⓓ Meskipun ∠BAC dan ∠EDC tidak sama, jarak ke kapal dapat ditentukan dengan menggunakan △ABC ≅ △DEC.

Mencari Jumlah Lima Sudut dari Bintang Segi Lima (Pentagram)

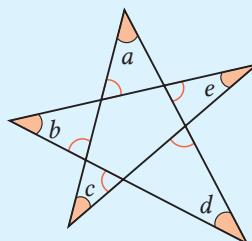
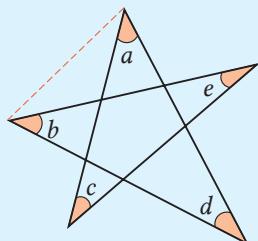
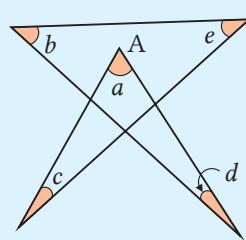
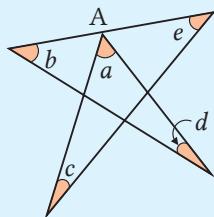
Bangun geometri di kanan biasa disebut bintang segi-5 atau pentagram. Mari kita cari jumlah kelima sudut pada bintang pentagon tersebut (pentagram).

1 Dewi berpikir seperti berikut. Jelaskan cara yang dilakukan Dewi.

Cara Dewi

$\angle c + \angle e = \angle f, \angle b + \angle d = \angle g$

Jadi,

$\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d)$

$= 180^\circ$

2 Carilah jumlah kelima sudut bintang pentagon dengan cara berbeda-beda.

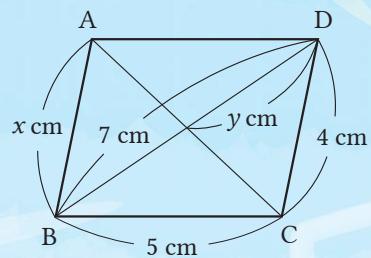
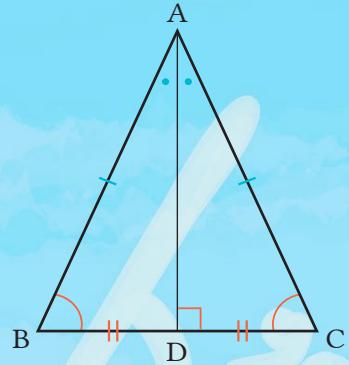
3 Jika kita memindahkan titik A ke posisi pada gambar-gambar berikut, dapatkah kita simpulkan $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$? Periksalah.

BAB 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

Hal penting dalam matematika bukanlah membuat yang sederhana menjadi sulit, melainkan membuat yang sulit menjadi lebih sederhana.

(Stan Gudder)

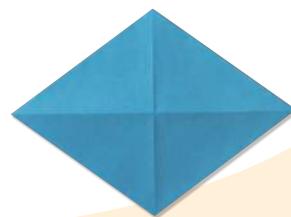
Pada kesenian wayang kulit, terdapat *gunungan* (dalam bahasa Jawa) yang menyerupai bentuk gunung. Luas *gunungan* dapat dicari dengan menggunakan pendekatan bangun datar geometri sederhana, misalnya segitiga, persegi panjang, atau jajargenjang.

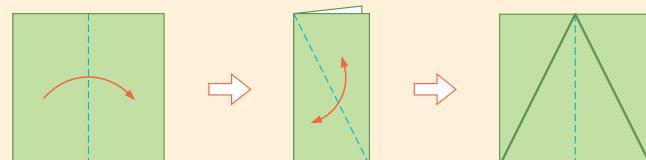
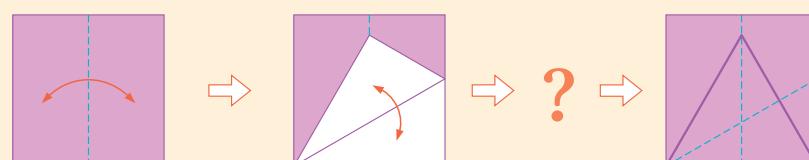
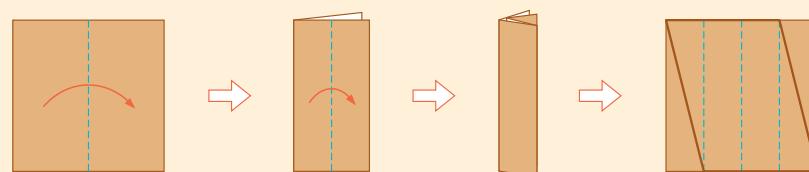
KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA, 2021

Matematika
untuk SMP Kelas VIII

Penulis: Tim Gakko Tosho
Penyadur: Mochammad Hafiizh dan Fitriana Yuli Saptaningtyas

ISBN: 978-602-244-798-6 (jil.2)

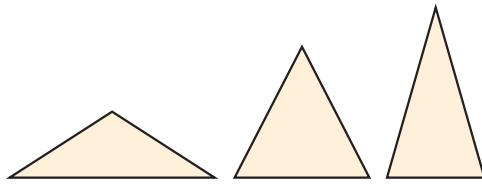
Segitiga dan Segi Empat

Dapatkah kita membuat segitiga sama sisi dan jajargenjang dengan proses melipat?

Mari kita cari berbagai bentuk geometri dari objek di sekitar kita.

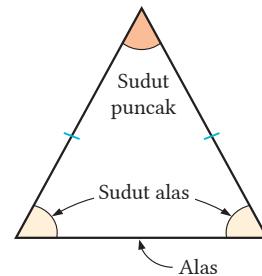
Berbagai bentuk geometri di sekitar kita
Sumber: Dokumen Puskurbuk

Mari perhatikan bagaimana cara melipat kemudian buatlah gambar-gambar berikut.

2 Mengapa segitiga sama kaki, segitiga sama sisi, dan jajargenjang dapat dibuat dengan proses melipat seperti di atas? Jelaskan!

Origami merupakan seni melipat kertas dari Jepang.

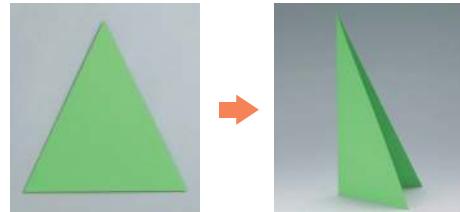
1 Segitiga

1 Segitiga Sama Kaki

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan sifat segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi.

Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki

Jenis segitiga apakah segitiga sama kaki itu?

Kita telah mempelajari hal-hal berikut di Sekolah Dasar.

(1) Segitiga yang memiliki dua sisi yang sama panjang disebut segitiga sama kaki.

(2) Segitiga sama kaki memiliki dua sudut yang sama besar.

Suatu pernyataan yang menjelaskan makna dari suatu kata disebut *definisi*. Kita dapat menggunakan definisi sebagai landasan bernalar dalam proses pembuktian.

Segitiga sama kaki didefinisikan sebagai berikut.

> Segitiga yang memiliki dua sisi yang sama panjang disebut *segitiga sama kaki*.

Pada segitiga sama kaki, sudut yang dibentuk oleh dua sisi yang sama panjang disebut *sudut puncak*. Sisi di hadapan sudut puncak dinamakan *alas*, dan sudut-sudut pada ujung-ujung alas dinamakan *sudut alas*. Kita dapat melihat bahwa dua sudut alas besarnya sama dengan cara melipat kertas berbentuk segitiga sama kaki, atau dengan mengukur kedua sudut alas tersebut. Namun, cara ini tidak dapat dijadikan bukti bahwa dua sudut alas pada semua segitiga sama kaki adalah sama besar.

Berpikir Matematis

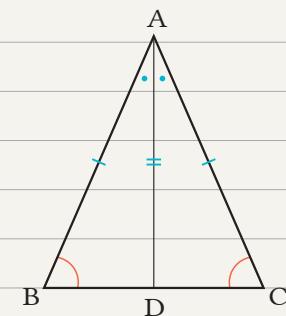
Kita dapat menemukan bahwa dua sudut alas besarnya sama dengan melipat segitiga sama kaki dan mengimpitkannya.

Mari kita buktikan bahwa dua sudut alas pada segitiga sama kaki besarnya sama.

Pada $\triangle ABC$, jika $AB = AC$, maka buktikan bahwa $\angle B = \angle C$.

Cara Buat garis bagi $\angle A$ dan membagi segitiga ke dalam dua segitiga. Gunakan syarat kekongruenan pada segitiga untuk menunjukkan bahwa segitiga-segitiga tersebut kongruen, dan simpulkan bahwa $\angle B = \angle C$.

> **Berpikir Matematis**
>
> Berdasarkan sifat segitiga sama kaki, kita dapat buktikan bahwa dua sudut alas besarnya sama.

Buat garis bagi $\angle A$ dan misalkan D adalah titik potong garis bagi $\angle A$ dengan sisi BC.

Pada $\triangle ABD$ dan $\triangle ACD$, dari yang diketahui $AB = AC$ ①

Karena AD adalah garis bagi $\angle A$,

maka $\angle BAD = \angle CAD$ ②

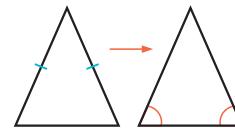
Karena sisi yang sama, maka $AD = AD$ ③

Dari ①, ②, dan ③, dan menurut aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi

maka $\triangle ABD \cong \triangle ACD$

Jadi, $\angle B = \angle C$.

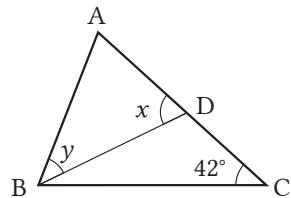
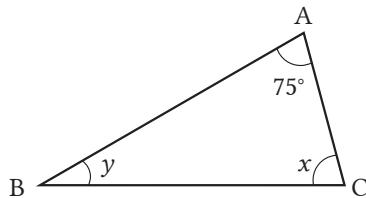
Catatan Hasil ③ dapat pula ditulis sebagai 'AD sisi persekutuan'.

Dengan pembuktian pada Contoh 1, telah dibuktikan bahwa pada segitiga sama kaki, dua sudut alasnya sama besar.

Sifat yang telah dibuktikan dan khususnya sering digunakan sebagai landasan bernalar dalam pembuktian dinamakan *teorema*.

Pernyataan yang telah dibuktikan pada Contoh 1 dapat dirangkum sebagai sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Sifat Segitiga Sama Kaki

Dua sudut alas segitiga sama kaki besarnya sama.

Sifat sudut-sudut bertolak belakang pada halaman 102 dan sifat-sifat sudut segitiga pada halaman 108 dapat pula dinyatakan sebagai teorema-teorema.

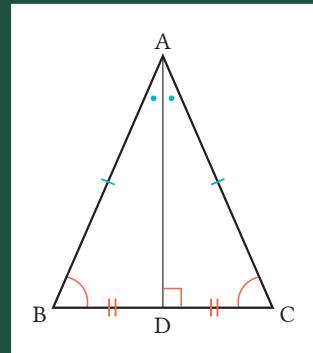
Soal 1

Carilah $\angle x$ dan $\angle y$ pada gambar-gambar berikut.

(1) BA = BC

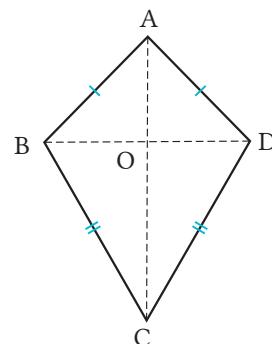
(2) CB = CA, BA = BD

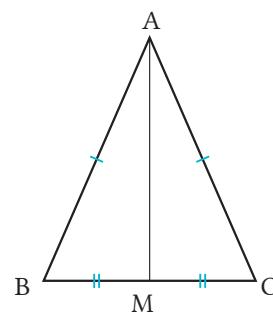
Soal 2

Jika kita gunakan $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ seperti ditunjukkan pada pembuktian Contoh 1 di halaman sebelumnya, kita dapat pula membuktikan BD = CD dan AD ⊥ BC. Isilah ▭ dan lengkapi pembuktian berikut.

Pernyataan yang dibuktikan di Soal 2 dapat dirangkum sebagai sebuah teorema berikut.

PENTING

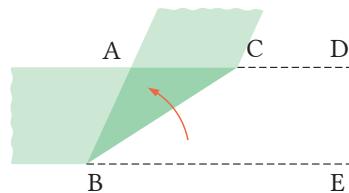
Teorema: Garis Bagi Sudut Puncak Segitiga Sama Kaki

Garis bagi sudut puncak segitiga sama kaki adalah garis bagi tegak lurus alasnya.

Soal 3

Pada segi empat ABCD diketahui AB = AD dan BC = DC. Misalkan O titik potong diagonal AC dan BD. Buktikan (1), kemudian (2) berikut.

(1) $\angle BAC = \angle DAC$

(2) AC garis bagi tegak lurus dengan ruas garis BD

Soal 4

Buktikan bahwa dua sudut alas dari segitiga sama kaki adalah sama besar. Gunakan cara dengan membuat ruas garis AM yang dibentuk dengan menghubungkan titik puncak A dan titik M yang merupakan titik tengah sisi alas BC, seperti pada segitiga sama kaki ABC di gambar sebelah kanan.

Segitiga dengan Dua Sudut Sama Besar

Selidikilah apakah suatu segitiga adalah segitiga sama kaki.

Ketika kita melipat pita kertas seperti ditunjukkan pada gambar, bagian segitiga mana yang saling tumpang tindih? Diskusikan!

Contoh 2

Pada ΔABC, buktikan bahwa jika ∠B = ∠C, maka AB = AC.

Cara

Kita dapat menunjukkan bahwa dua segitiga yang dibentuk dengan cara membagi ∠A dengan garis bagi adalah kongruen dan menyimpulkan bahwa AB = AC.

Bukti

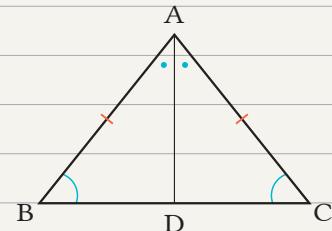
Buatlah garis bagi ∠A dan misalkan D adalah titik potong garis bagi ∠A dengan sisi BC.

Berdasarkan yang diketahui di soal,

∠B = ∠C ①

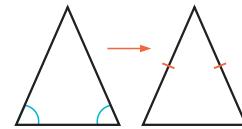
Karena AD adalah garis bagi ∠A,

maka ∠BAD = ∠CAD ②

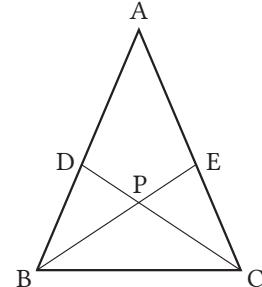
Karena jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180°, dan berdasarkan ① dan ②, maka ∠ADB = ∠ADC ③

Selain itu, AD adalah sisi yang sama. ④

Dari ②, ③, dan ④, dan berdasarkan aturan kekongruenan Sudut-Sisi-Sudut,

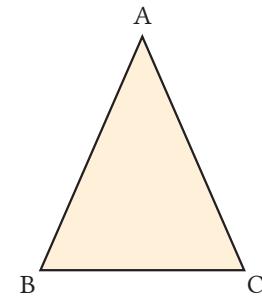
maka diperoleh ΔABD ≅ ΔACD.

Dengan demikian, AB = AC.

Pernyataan yang dibuktikan pada Contoh 2 di halaman sebelumnya dapat dirangkum menjadi sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Segitiga dengan Dua Sudut Sama Besar

Segitiga dengan dua sudut sama besar adalah segitiga sama kaki.

Soal 5

Pada segitiga sama kaki ABC, buatlah garis bagi BE dan CD secara berturut-turut dari sudut-sudut alas ∠B dan ∠C. Misalkan P adalah titik potong kedua garis bagi tersebut. Buktikan bahwa ΔPBC adalah segitiga sama kaki.

Konvers

Teorema-teorema berikut telah kita buktikan sebelumnya. Tentukan secara berturut-turut yang diketahui dan yang disimpulkan.

(1) Dua sudut alas dari segitiga sama kaki besarnya sama.

(2) Segitiga yang memiliki dua sudut yang sama besar adalah segitiga sama kaki.

Ketika kita susun ulang teorema-teorema di atas, pada ΔABC,

Jika yang diketahui dan yang disimpulkan pada dua pernyataan memiliki letak yang berkebalikan, kita sebut pernyataan-pernyataan tersebut saling *konvers*. Sebagai contoh (2) adalah *konvers* dari (1), dan (1) adalah *konvers* dari (2).

Dalam (1) dan (2), yang diketahui dan yang disimpulkan adalah saling *konvers*.

Soal 6

Tentukan *konvers* dari pernyataan-pernyataan berikut. Periksa apakah pernyataan-pernyataan tersebut benar atau tidak.

(1) Jika garis ℓ dan m sejajar, maka sudut-sudut yang berkorespondensi (bersesuaian) sama besar.

(2) Jika $a > 0$ dan $b > 0$, maka $ab > 0$.

(3) Pada ΔABC, jika $\angle A = 90°$, maka $\angle B + \angle C = 90°$.

Seperti telah diselidiki di Soal 6, jika suatu pernyataan benar, maka *konvers*-nya tidak selalu benar. Dengan demikian, untuk memeriksa apakah *konvers* dari suatu teorema itu benar, kita harus membuktikannya.

Selain itu, untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu tidak benar, maka kita perlu memberi contoh penyangkal.

Memberi Contoh Penyangkal

Untuk membuktikan bahwa pernyataan berikut tidak benar untuk semua kasus, cukup dengan memberi contoh.

"Jika $ab > 0$, maka $a > 0$, $b > 0$."

⟨Contoh untuk menunjukkan bahwa pernyataan salah⟩ $a = -2$, $b = -3$

Pernyataan di atas secara lengkap berbunyi, "Untuk sebarang bilangan a dan b, jika $ab > 0$, maka selalu diperoleh $a > 0$ dan $b > 0$."

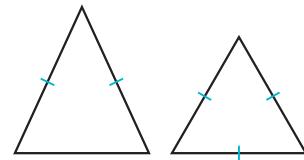
Jadi, jika kita berikan suatu contoh yang menunjukkan pernyataan tidak benar, maka kita sudah menunjukkan bahwa pernyataan tersebut tidak benar.

Memberi contoh yang mengakibatkan suatu pernyataan tidak benar disebut "memberi contoh penyangkal".

Tentukan *konvers* dari tiap pernyataan berikut. Tunjukkan bahwa *konvers*-nya tidak benar dengan memberi contoh penyangkal.

(1) Jika $a > 0$, $b > 0$, maka $a + b > 0$.

(2) Jika $\Delta ABC \cong \Delta DEF$, maka luas ΔABC dan ΔDEF sama besar.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Sifat-Sifat Segitiga Sama Sisi

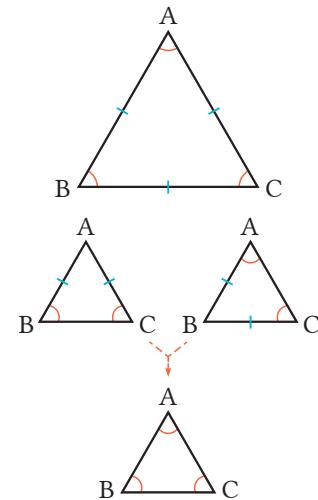
Segitiga sama sisi didefinisikan sebagai berikut.

Segitiga yang memiliki tiga sisi yang sama panjang disebut *segitiga sama sisi.*

Dari definisi segitiga sama kaki di halaman 138 dan definisi segitiga sama sisi di atas, apakah hubungan antara segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi?

Seperti tampak pada proses pelipatan origami pada halaman 137 dan pada Q di atas, kita dapat menyatakan bahwa segitiga sama sisi adalah kasus khusus dari segitiga sama kaki. Dengan menggunakan fakta ini, buktikan bahwa ketiga sudut dari segitiga sama sisi adalah sama besar.

Soal 7

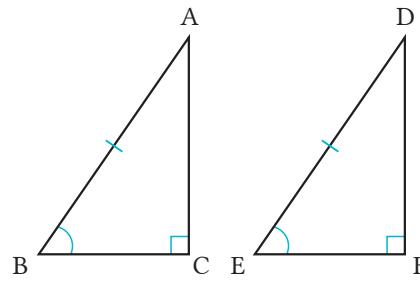
Pada ΔABC, buktikan bahwa jika $AB = BC = CA$, maka $\angle A = \angle B = \angle C$.
Isilah ☐ dan lengkapi pembuktian berikut.

[Bukti]
Jika kita pandang ΔABC sebagai segitiga sama kaki dengan $AB = AC$,
maka $\angle B = \angle$ ☐ ①
Jika kita pandang ΔABC sebagai segitiga sama kaki dengan $BA =$ ☐,
maka $\angle A = \angle$ ☐ ②
Dari ① dan ②, dapat disimpulkan
$\angle A = \angle B = \angle C$.

Soal 8

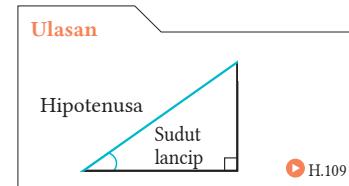
Pada ΔABC, buktikan bahwa jika $\angle A = \angle B = \angle C$, maka $AB = BC = CA$.

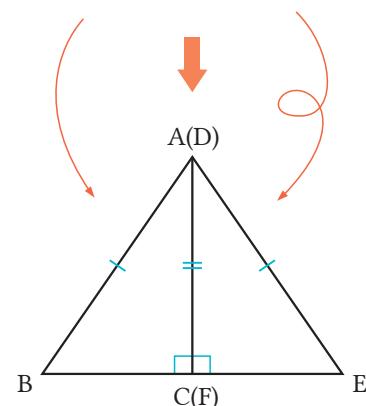
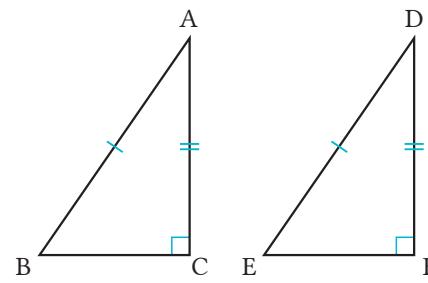
Sekarang kita melihat bahwa terdapat beraneka sifat dari segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi.

Berdasarkan sifat-sifat segitiga sama kaki, mari kita selidiki sifat-sifat segitiga siku-siku. Hlm. 145

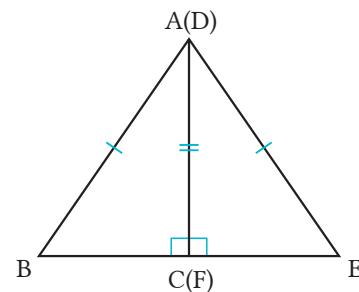
2 Kekongruenan Segitiga Siku-Siku

Peserta didik dapat menentukan syarat kekongruenan segitiga siku-siku dengan menggunakan sifat-sifat segitiga sama kaki.

Pada ΔABC dan ΔDEF, jika

$$\begin{cases} \angle C = \angle F = 90^\circ \\ AB = DE \\ \angle B = \angle E \end{cases}$$

dapatkah kita menyatakan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta DEF$? Jelaskan!

Seperti terlihat pada [Q], pada dua segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa yang bersesuaian adalah sama besar dan sudut lancip yang bersesuaian juga sama besar, maka kedua segitiga tersebut kongruen.

Selanjutnya, pada dua segitiga siku-siku, mari kita perhatikan kasus ketika panjang hipotenusa yang bersesuaian adalah sama besar dan sisi-sisi lain yang bersesuaian juga sama panjang.

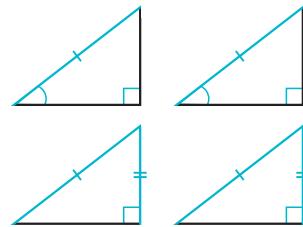
Pada $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

$$\begin{cases} \angle C = \angle F = 90^\circ \\ AB = DE \\ AC = DF \end{cases}$$

Dalam kasus ini, ketika kita membalik ΔDEF dan mengimpitkan sisi AC dan DF menjadi sisi yang sama, maka $\angle C = \angle F = 90^\circ$, sehingga tiga titik B, C(F), E terletak pada satu garis dan ΔABE terbentuk.

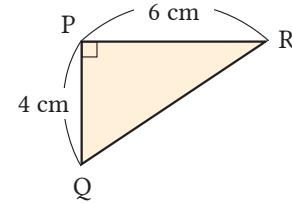
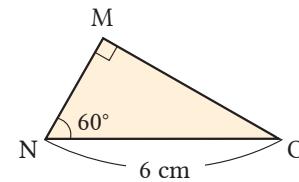
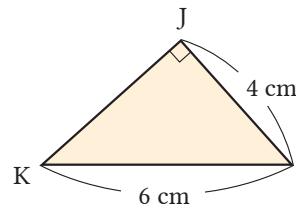
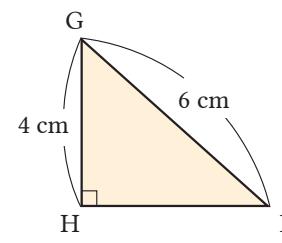
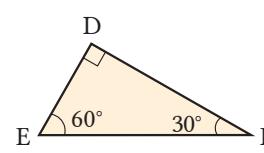
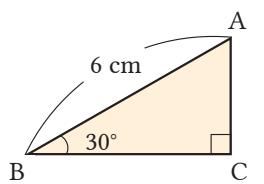
Soal 1

Dengan mengacu pada gambar di bagian akhir halaman sebelumnya, jawablah pertanyaan berikut.

(1) Pada ΔABC, tuliskan alasan kenapa $\angle C = \angle F$.

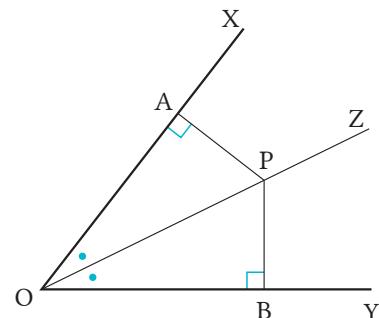
(2) Dengan menggunakan (1), buktikan bahwa $\Delta ABC \cong \Delta AEC$.

Hal yang sudah kita pelajari sejauh ini dapat dirangkum ke dalam sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Syarat Kekongruenan Segitiga Siku-Siku

Dua segitiga siku-siku akan kongruen jika salah satu syarat berikut dipenuhi.

1. Hipotenusa yang bersesuaian sama panjang dan sudut lancip yang bersesuaian sama besar.
2. Hipotenusa yang bersesuaian sama panjang dan sisi lain yang bersesuaian juga sama panjang.

Soal 2

Pada gambar-gambar berikut, pasangan-pasangan segitiga manakah yang kongruen? Nyatakan kekongruenan dengan simbol $\cong$. Tentukan juga syarat kekongruenan yang dipenuhi.

Dengan menggunakan syarat kekongruenan segitiga siku-siku, marilah kita buktikan sifat bangun geometri.

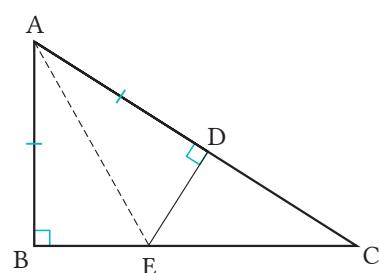
Contoh 1

Dari titik P yang terletak pada garis bagi OZ dari ∠XOY, buatlah dua garis tegak lurus ke sisi OX dan OY, dan misalkan secara berturut-turut A dan B adalah titik potongnya. Buktikan bahwa PA = PB.

Cara

Dengan menggunakan PA ⊥ OX, PB ⊥ OY, tunjukkan bahwa dua segitiga yang terbentuk adalah kongruen, kemudian simpulkan bahwa PA = PB.

Bukti

Pada ΔAOP dan ΔBOP, berdasarkan yang diketahui,		
maka	∠PAO = ∠PBO = 90°	①
	∠AOP = ∠BOP	②
dan	OP merupakan sisi yang sama	③
Dari ①, ②, dan ③, karena kedua segitiga siku-siku memiliki panjang hipotenusa		
yang bersesuaian sama panjang dan sudut lancip yang bersesuaian sama besar,		
maka	ΔAOP ≅ ΔBOP.	
Dengan demikian,	PA = PB.	

Soal 3 Diskusi

Dari pembuktian di Contoh 1, apa saja sifat garis bagi sudut yang dapat ditemukan? Jelaskan dengan kata, bukan dengan simbol!

Soal 4

Pada hipotenusa AC dari segitiga siku-siku ABC dengan ∠B = 90°, ambil titik D yang memenuhi AB = AD, gambar sebuah garis yang melalui D dan tegak lurus AC serta memotong sisi BC dengan memisalkan titik potongnya adalah E. Buktikan bahwa BE = DE.

Mari Kita Periksa

1

Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki [Hlm.138]
Sifat-Sifat Segitiga Sama Sisi [Hlm.144]

Tuliskan definisi dari segitiga sama kaki dan segitiga sama sisi.

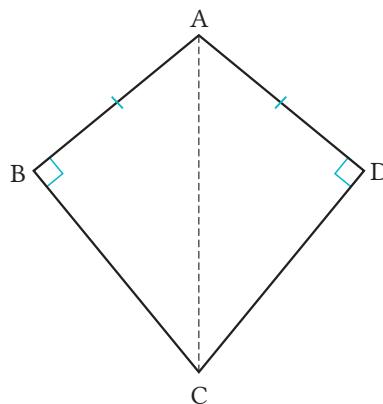
2

Sifat-Sifat Segitiga Sama Kaki [Hlm.139] Cth. 1
Segitiga dengan Dua Sudut Sama Besar [Hlm.141] Cth. 2

Pilih titik D dan E secara berturut-turut di sisi AB dan AC pada segitiga sama kaki dengan AB = AC, sehingga diperoleh BD = CE. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa $\Delta DBC \cong \Delta ECB$.

(2) Jika kita misalkan P adalah titik potong BE dan CD, apakah jenis dari segitiga PBC? Jelaskan!

3

Konvers [Hlm.143] S 6

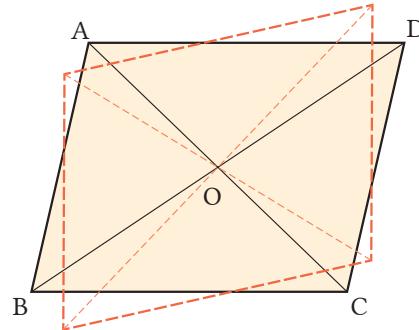
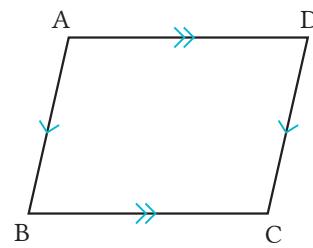
Tentukan *konvers* dari "Diagonal-diagonal sebuah persegi adalah sama panjang." Periksa apakah *konvers* tersebut benar.

4

Kekongruenan Segitiga Siku-Siku [Hlm.147] Cth. 1

Pada segi empat ABCD yang terdapat di gambar sebelah kanan, buktikan bahwa jika AB = AD dan $\angle B = \angle D = 90°$, maka BC = DC.

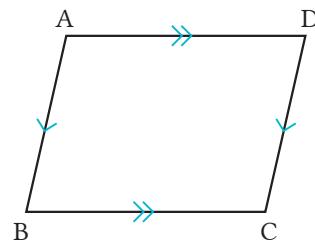
2 Segi Empat

1 Sifat Jajargenjang

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan sifat-sifat jajargenjang.

Putar jajargenjang ABCD terhadap titik O sebagai pusat perputaran. Mari periksa berikut ini dengan memotong dan mencocokkan gambar di akhir buku ④ dengan gambar di sebelah kanan.

(1) Segitiga mula-mula mana yang tepat sama dengan ΔABD?

(2) Pasangan segitiga mana yang tepat sama selain ΔABD?

Pada segi empat, dua sisi yang berlawanan disebut *sisi-sisi berhadapan*, dan dua sudut yang berlawanan satu sama lain dinamakan *sudut-sudut berhadapan*.
Jajargenjang didefinisikan sebagai berikut.

Segi empat yang memiliki dua pasang sisi berhadapan yang sejajar dinamakan *jajargenjang*.

Untuk menyatakan jajargenjang ABCD, kita kadang-kadang menggunakan simbol ▱, dan menulisnya ▱ABCD, dan dibaca "jajargenjang ABCD".

Soal 1 Dari Q, pada segi empat, sifat-sifat apakah bila dilihat dari sisi, sudut, dan diagonal yang dapat kita cari?

Kita dapat menyatakan pernyataan "dalam jajargenjang, dua pasang sisi berhadapan panjangnya sama" seperti berikut, menggunakan gambar di sebelah kanan. Pada segi empat ABCD.

(Diketahui) AB // DC, AD // BC

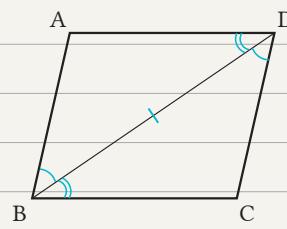
(Kesimpulan) AB = DC, AD = BC

Soal 2

Pada ▱ABCD di atas, untuk membuktikan bahwa AB = DC dan AD = BC, pasangan segitiga yang mana yang perlu dibuktikan kongruen? Cobalah pikirkan garis-garis mana yang perlu ditarik untuk membentuk segitiga.

Pada ▱ABCD, buktikan bahwa AB = DC dan AD = BC.

Buat diagonal BD. Pada ΔABD dan ΔCDB, sudut-sudut dalam berseberangan dari garis-garis sejajar besarnya sama.

Karena AB // DC, maka ∠ABD = ∠CDB ①

Karena AD // BC, maka ∠ADB = ∠CBD ②

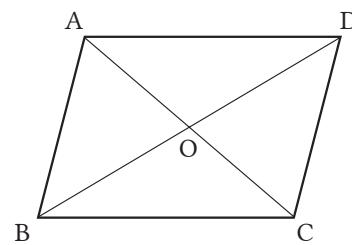
Dan BD adalah sisi persekutuan ③

Dari ①, ②, dan ③, menurut aturan kekongruenan Sudut-Sisi-Sudut,

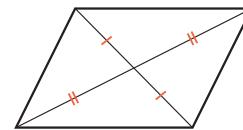
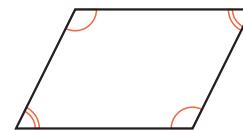
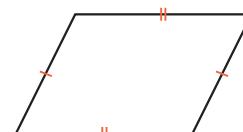
maka ΔABD ≅ ΔCDB

Dengan demikian AB = DC, AD = BC.

Dari ΔAOP ≅ ΔBOP yang ditunjukkan pada pembuktian di Contoh 1, kita dapat simpulkan bahwa ∠A =∠C.

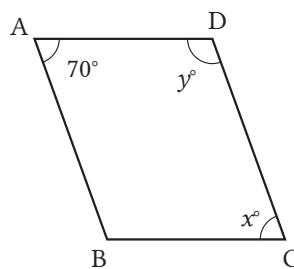
Soal 3

Pada ▱ABCD di Contoh 1, buktikan bahwa ∠ABC = ∠CDA.

Soal 4

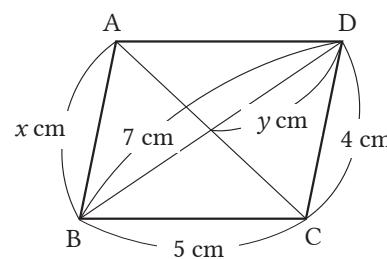
Pada ▱ABCD, jika kita misalkan O adalah titik potong kedua diagonalnya, maka buktikan bahwa AO = CO dan BO = DO.

Hal-hal yang sudah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum menjadi sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Sifat Jajargenjang

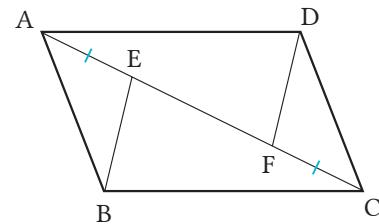
Dalam sebuah jajargenjang, sifat-sifat berikut berlaku.

1. Dua pasang sisi berhadapan memiliki panjang yang sama.

2. Dua pasang sudut berhadapan memiliki ukuran sudut yang sama besar.

3. Kedua diagonal berpotongan di titik tengah setiap diagonal.

Soal 5

Pada ▱ABCD pada gambar-gambar berikut, carilah nilai dari x dan y.

(1)

(2)

Dengan menggunakan sifat-sifat jajargenjang, mari kita buktikan sifat-sifat bangun geometri berikut.

Jika titik E dan F terletak pada diagonal AC dari ABCD sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa BE = DF.

Bukti

Pada $\triangle ABE$ dan $\triangle CDF$,

berdasarkan yang diketahui, AE = CF ①

Sudut-sudut dalam berseberangan dari garis sejajar adalah sama besar. Karena AB // DC,

maka $\angle BAE = \angle DCF$ ②

Karena sisi-sisi berhadapan pada jajargenjang adalah sama panjang,

maka AB = CD ③

Dari ①, ②, dan ③, dan berdasar aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,

maka $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

Dengan demikian, BE = DF.

Dari $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ yang dibuktikan di Contoh 2, apa yang dapat kita amati selain BE = DF? Jelaskan!

Soal 7

Buatlah garis yang melalui titik O yang merupakan titik potong kedua diagonal ABCD, dan misalkan P dan Q secara berturut-turut adalah titik-titik potong garis AD dan BC. Jawablah setiap pertanyaan berikut.

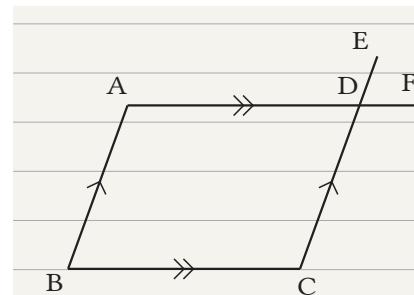
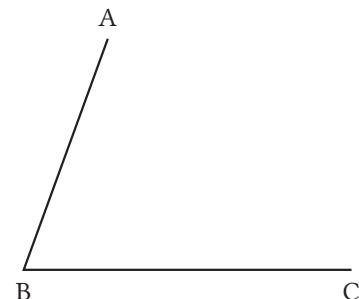
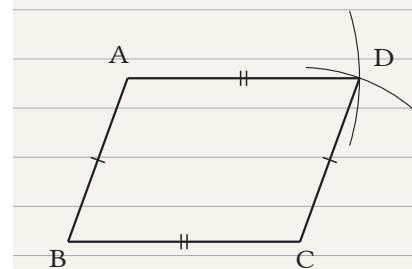
(1) Buatlah gambarnya.

(2) Ruas garis mana yang mempunyai panjang yang sama dengan segmen PO?

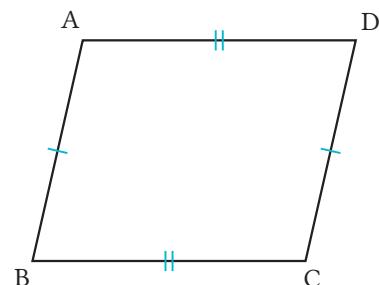
(3) Buktikan pernyataan yang kamu selidiki di bagian (2).

Dapatkah kita menyatakan segi empat yang memiliki sifat ini merupakan jajargenjang?

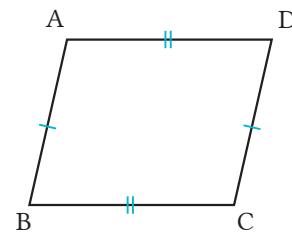
Hlm. 153

2 Syarat untuk Jajargenjang

Tujuan Peserta didik dapat menganalisis segi empat yang memiliki sifat jajargenjang.

Buatlah titik D pada gambar sebelah kanan, dan cobalah buat ▱ABCD. Mari kita perhatikan cara menentukan posisi titik D dengan berbagai cara, dan coba jelaskan cara menggambarkannya.

Buat dua sinar CE dan AF yang memenuhi BA // CE dan BC // AF, serta misalkan D titik potong kedua sinar tersebut.

Buat lingkaran dengan pusat C dan BA sebagai jari-jarinya. Buat juga lingkaran lain dengan A sebagai pusat dan BC sebagai jari-jari. Misalkan D adalah titik potong kedua lingkaran.

Catatan Sinar CE adalah suatu garis yang dibentuk dari titik C sebagai titik pangkal, dan memanjang ke satu arah yang melalui titik E.

Dapatkah kita menggunakan sifat-sifat jajargenjang?

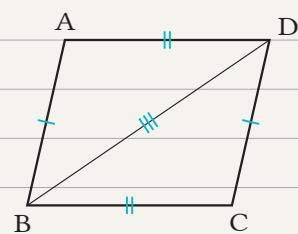
Soal 1 Tentukan bagian yang diketahui dan bagian kesimpulan dari pernyataan berikut dengan menggunakan gambar di sebelah kanan. "Segi empat dengan dua pasang sisi berhadapan sama panjang dinamakan jajargenjang."

Contoh 1

Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AB = DC dan AD = BC, maka AB // DC dan AD // BC.

Cara

Gunakan fakta bahwa jika sudut-sudut dalam berseberangan besarnya sama, maka kedua garis sejajar. Agar diperoleh sudut-sudut dalam berseberangan sama besar, buat diagonal BD, dan buktikan bahwa $\triangle ABD$ dan $\triangle CDB$ kongruen.

Bukti

Buat diagonal BD.

Pada $\triangle ABD$ dan $\triangle CDB$, berdasarkan yang diketahui,

maka AB = CD ①

AD = CB ②

Dan BD sisi persekutuan ③

Dari ①, ②, dan ③, dan menurut aturan kekongruenan Sisi-Sisi-Sisi,

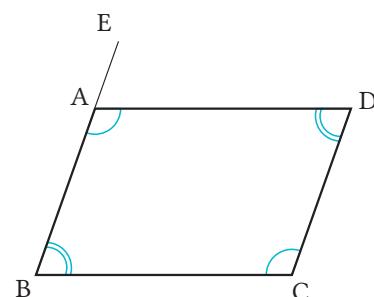
maka $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

Dengan demikian, $\angle ABD \cong \angle CDB$

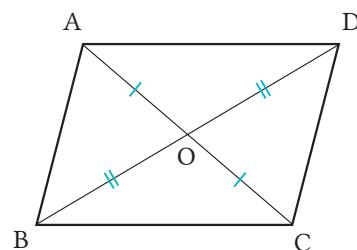
Karena sudut dalam berseberangan sama, maka AB // DC

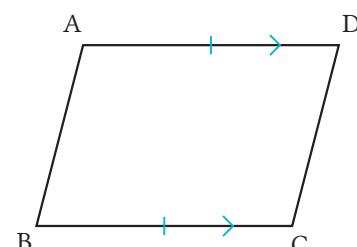
Dengan cara serupa, AD // BC

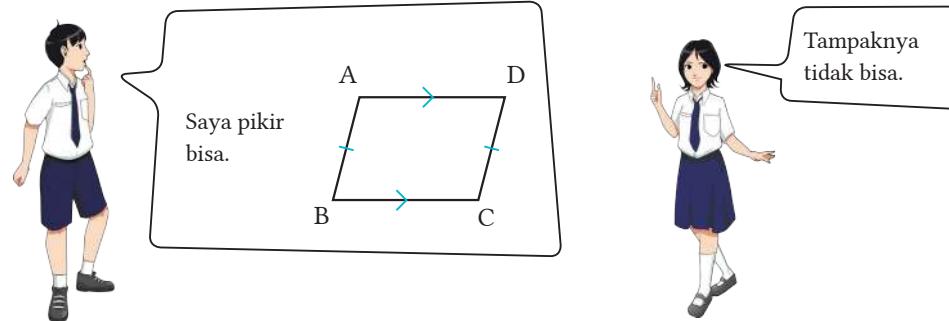
Catatan Pada pembuktian di **Contoh 1**, "dengan cara serupa" berarti kita dapat membuktikan sesuatu dengan proses yang sama seperti proses pembuktian sebelumnya.

Soal 2

Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika $\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$, maka AB // DC dan AD // BC, sesuai urutan ①, ②, ③, ④.

① $\angle A + \angle B = 180°$

② Jika BA diperpanjang hingga terbentuk BE, maka $\angle EAD = \angle B$.

③ AD // BC

④ AB // DC

Soal 3

Jika kita misalkan O adalah titik potong kedua diagonal segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AO = CO dan BO = DO, maka AB//DC dan AD//BC.

Soal 4

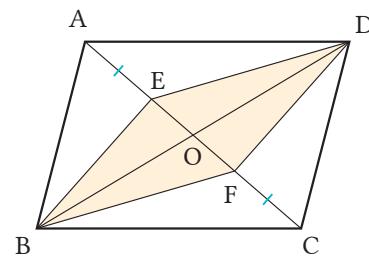
Pada segi empat ABCD, buktikan bahwa jika AD//BC dan AD = BC, maka segi empat ABCD adalah jajargenjang.

Soal 5

Pada segi empat ABCD, jika AD//BC dan AB = DC, maka dapatkah kita menyatakan bahwa segi empat ABCD adalah jajargenjang?

Hal-hal yang telah kita selidiki sejauh ini dapat dirangkum ke dalam sebuah teorema berikut.

PENTING

Teorema: Syarat untuk Jajargenjang

Jika sembarang sifat ini berlaku, maka segi empatnya merupakan jajargenjang.

1. Dua pasang sisi berhadapan yang sejajar (definisi).
2. Dua pasang sisi berhadapan memiliki panjang yang sama.
3. Dua pasang sudut berhadapan sama besar.
4. Dua diagonalnya berpotongan di titik tengah kedua diagonal.
5. Sepasang sisi-sisi berhadapan adalah sejajar dan sama panjang.

Dengan menggunakan sifat-sifat jajargenjang, mari kita selesaikan beragam permasalahan.

Contoh 2

Pada gambar ▱ABCD di sebelah kanan, jika titik E dan F terletak pada diagonal AC demikian sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa segi empat EBFD adalah jajargenjang.

Bukti

Misalkan O adalah titik potong kedua diagonal jajargenjang. Karena perpotongan diagonal-diagonal jajargenjang berada tepat di tengah,

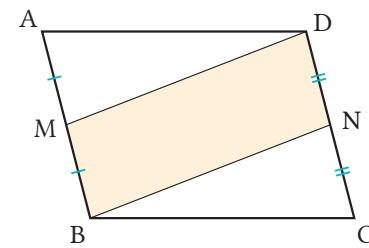
maka BO = DO ①

AO = CO ②

Dari soal diketahui bahwa AE = CF ③

Dari ② dan ③, AO − AE = CO − CF

Karena EO = AO − AE , FO = CO − CF, maka

EO = FO ④

Dari ① dan ④, karena dua diagonal jajargenjang berpotongan tepat di titik tengahnya, maka segi empat EBFD adalah jajargenjang.

Soal 6

Buktikan pernyataan yang sama di **Contoh 2** dengan menggunakan teorema syarat untuk jajargenjang di ②.

Soal 7

Bila kita misalkan titik M dan N masing-masing merupakan titik tengah AB dan DC dari ▱ABCD, buktikan bahwa segi empat MBND adalah jajargenjang.

Sekarang kita mengetahui sifat untuk jajargenjang.

Mari kita selidiki jajargenjang lebih rinci lagi. Hlm. 157

3 Jajargenjang Khusus

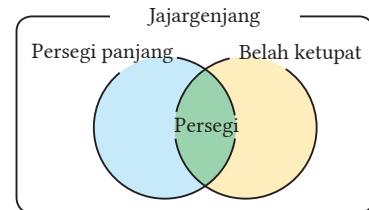
Peserta didik dapat menganalisis segi empat yang memenuhi syarat menjadi jajargenjang.

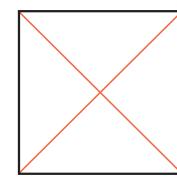
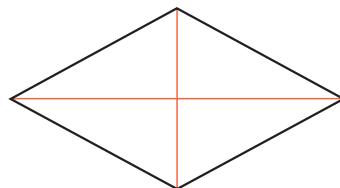
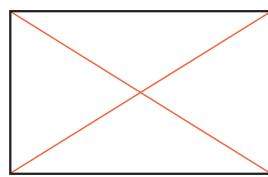
Pada segi empat dalam tabel berikut, tulis ◯ bila memenuhi sifat yang ditunjukkan di sebelah kiri, dan tulis × bila tidak memenuhi.

	Jajargenjang	Persegi panjang	Belah ketupat	Persegi
Dua pasang sisi berhadapan yang sejajar	◯			
Panjang semua sisinya sama	×			
Besar semua sudutnya sama	×			

Persegi panjang, belah ketupat, dan persegi didefinisikan sebagai berikut.

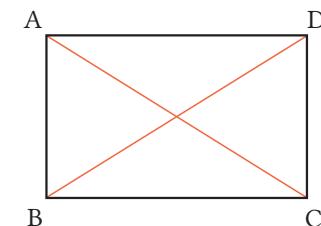
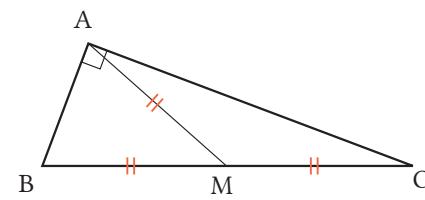
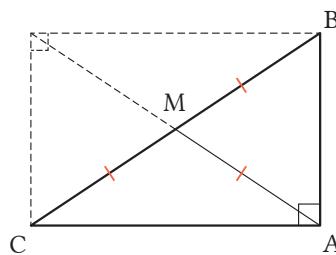
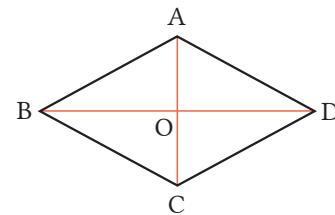
> Segi empat yang semua sudutnya sama besar disebut *persegi panjang*.
> Segi empat yang semua sisinya sama panjang disebut *belah ketupat*.
> Segi empat yang semua sudutnya sama besar dan semua sisinya sama panjang disebut *persegi*.

Definisi persegi panjang, yaitu "segi empat yang semua sudutnya sama besar" memenuhi syarat sebagai jajargenjang, yakni "dua pasang sisi berhadapan masing-masing sama besar". Dengan demikian, kita dapat menyatakan bahwa persegi panjang adalah jajargenjang.

Dapatkah kita menyatakan bahwa belah ketupat merupakan jajargenjang? Jelaskan!

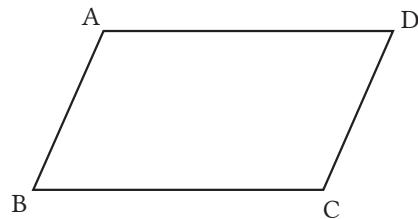
Persegi panjang dan belah ketupat merupakan kasus khusus dari jajargenjang. Karena itu, baik persegi panjang maupun belah ketupat memiliki semua sifat jajargenjang.

Persegi adalah kasus khusus dari persegi panjang ataupun belah ketupat. Oleh karena itu, persegi memiliki semua sifat yang dimiliki persegi panjang ataupun belah ketupat.

Mari kita diskusikan sifat-sifat dari diagonal persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

Pada persegi panjang ABCD, buktikan bahwa panjang kedua diagonalnya, yaitu AC dan DB, sama panjang.

Pada $\triangle ABC$ dan $\triangle DCB$,
diketahui bahwa
$\angle ABC = \angle DCB$ ①
Sisi berhadapan persegi panjang adalah sama panjang,
maka $AB = DC$ ②
BC adalah sisi persekutuan ③
Dari ①, ②, dan ③, berdasarkan aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,
maka $\triangle ABC \cong \triangle DCB$
Dengan demikian, $AC = DB$.

Dari sifat diagonal persegi panjang, bila kita misalkan M adalah titik tengah hipotenusa BC dari segitiga siku-siku ABC seperti pada gambar berikut, maka kita dapat lihat bahwa $AM = BM = CM$.

Soal 2

Pada belah ketupat ABCD, buktikan bahwa kedua diagonalnya, yaitu AC dan BD saling berpotongan tegak lurus. Misalkan O adalah titik potong antara AC dan BD.

Mari kita diskusikan syarat tambahan yang diperlukan agar jajargenjang menjadi persegi panjang, belah ketupat, dan persegi.

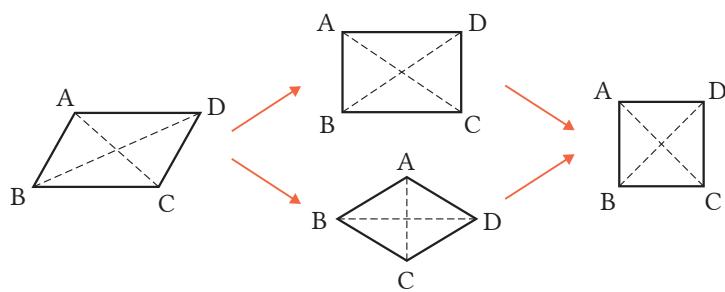
1

Jika kita tambah syarat ⓐ dan ⓑ berikut pada ▱ABCD, jenis segi empat apa yang akan terbentuk?

ⓐ AB = BC

ⓑ ∠A = 90°

2

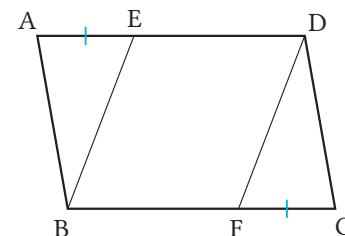
Jika AB = BC pada ▱ABCD, maka Dewi menyatakan bahwa segi empat yang terbentuk adalah belah ketupat seperti berikut.

Cara Dewi

Sisi-sisi yang berhadapan pada jajargenjang sama panjang, sehingga AB = DC dan AD = BC. Jika saya tambahkan syarat AB = BC, maka sisi-sisi yang berdekatan akan sama panjang. Akibatnya, semua sisi sama panjang. Dengan demikian, ABCD adalah belah ketupat.

Jika ∠A = 90° pada ▱ABCD, maka jelaskan bahwa segi empat yang terbentuk adalah persegi panjang.

3

Agar jajargenjang menjadi persegi panjang dan belah ketupat, syarat apa saja yang perlu ditambah? Bagaimana agar menjadi persegi, syarat apa lagi yang perlu ditambahkan? Pikirkan syaratnya dan jelaskan.

Mari Kita Periksa

1

Sifat Jajargenjang [Hlm.149]

Tuliskan definisi dari jajargenjang.

2

Sifat Jajargenjang [Hlm.152] Cth. 2

Jika E dan F masing-masing terletak pada sisi AD dan BC dari ▱ABCD, sehingga AE = CF, maka buktikan bahwa BE = DF.

3

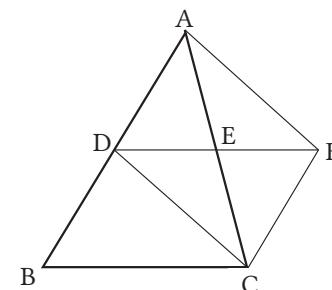
Syarat untuk Jajargenjang [Hlm.154, 155]

Dari kasus-kasus ⓐ, ⓑ, ⓒ, dan ⓓ berikut, kasus manakah yang mengakibatkan segi empat ABCD menjadi jajargenjang?

ⓐ AD // BC, AB = DC

ⓑ AB // DC, AB = DC

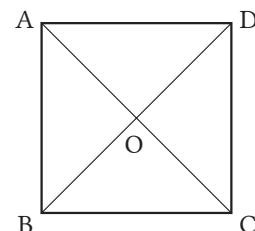
ⓒ AO = CO, BO = DO

ⓓ AO = BO, CO = DO

4

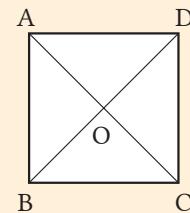
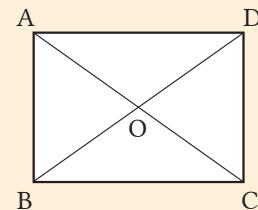
Syarat untuk Jajargenjang [Hlm.156] Cth. 2

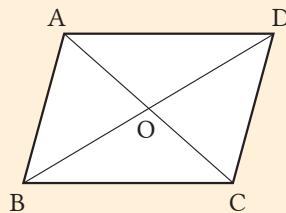
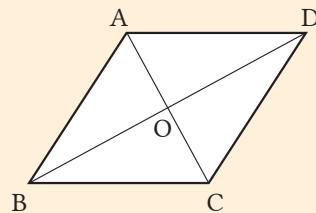
Misalkan D dan E berturut-turut merupakan titik tengah dari sisi AB dan AC pada ΔABC. Ambil titik F pada perpanjangan DE sehingga DE = EF. Jawablah pertanyaan berikut.

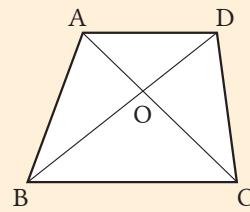
(1) Buktikan bahwa segi empat ADCF jajargenjang.

(2) Buktikan bahwa DF = BC.

5

Jajargenjang Khusus [Hlm.158] Cth. 1 S 2

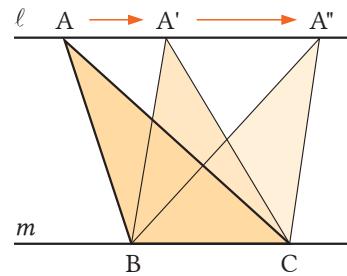
Sifat-sifat apa yang dimiliki oleh diagonal-diagonal persegi? Tunjukkan jawabanmu dengan menggunakan gambar di kanan.

Garis Sejajar dan Luas

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, buatlah dua diagonal dari persegi dan perhatikan segitiga dengan luas yang sama.

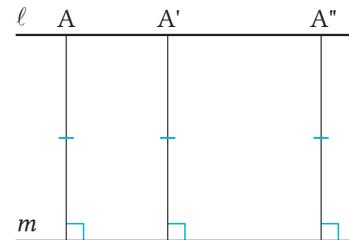
Dari definisi persegi dan sifat diagonalnya, maka ΔABC, ΔDCB, ΔCDA, dan ΔBAD adalah segitiga kongruen. Akibatnya, luas setiap segitiga tersebut adalah sama.
Luas ΔABC = luas ΔDCB = luas ΔCDA = luas ΔBAD

Sebagaimana pada persegi, hal yang sama juga berlaku pada persegi panjang. Perhatikan kasus pada segi empat lainnya.

Pada jajargenjang dan belah ketupat yang masing-masing memiliki dua diagonal, carilah segitiga-segitiga yang memiliki luas yang sama.

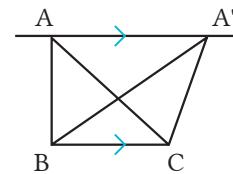
(1) Jajargenjang

(2) Belah ketupat

Pada trapesium dengan dua diagonal, carilah segitiga yang memiliki luas yang sama.

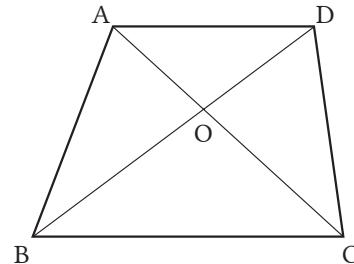
Pada persegi, persegi panjang, jajargenjang, dan belah ketupat, kita dapat menemukan dua segitiga dengan luas yang sama dengan cara menggambarkan diagonal-diagonalnya.

Pada trapesium dengan dua diagonal, dapatkah kita menemukan segitiga yang luasnya sama?

Hlm. 162

1 Garis Sejajar dan Luas

• Tujuan • Peserta didik dapat menentukan kapan segitiga-segitiga memiliki luas yang sama.

Jika ℓ // m pada gambar di kanan, dan dengan memindahkan titik A dari ΔABC searah tanda panah pada garis ℓ, maka apa yang tidak berubah meskipun bentuk segitiganya berubah?

Untuk ΔABC, ΔA'BC, dan ΔA"BC pada gambar di atas, alas BC merupakan alas persekutuan dan tingginya sama dengan jarak antara garis sejajar ℓ dan m. Dengan demikian, luas dari ketiga segitiga ini sama besar.

PENTING

Teorema: Garis Sejajar dan Luas

Pada ΔABC dan ΔA'BC yang memiliki alas persekutuan BC,

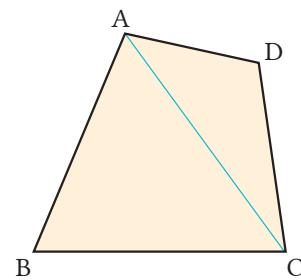
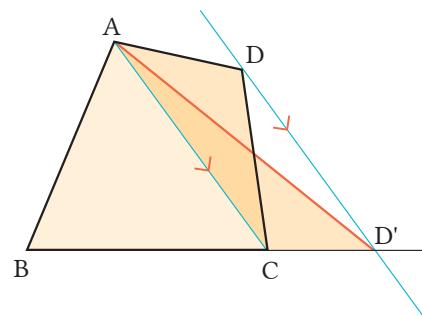
jika AA' // BC,

maka luas ΔABC = luas ΔA'BC

Soal 1

Jika kita misalkan O adalah titik potong antara kedua diagonal dari trapesium ABCD, dengan AD//BC, maka jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan segitiga-segitiga mana saja yang berturut-turut memiliki luas yang sama dengan ΔABC dan ΔABD.

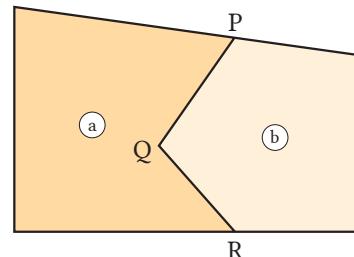
(2) Buktikan bahwa luas ΔABO = luas ΔDCO.

Contoh 1 Buatlah sebuah segitiga yang memiliki luas yang sama dengan segi empat ABCD pada gambar di sebelah kanan.

Cara Pandang AC sebagai alas ΔDAC, dan pindahkan titik D tanpa mengubah luas. Bila tiga titik B, C, dan D terletak pada satu garis, maka segi empat ABCD menjadi sebuah segitiga.

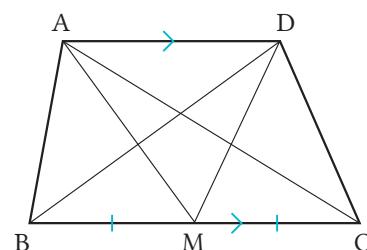
Proses

① Buat diagonal AC.

② Buat garis yang melalui D dan sejajar AC. Misalkan D' titik potong dengan perpanjangan BC.

③ Hubungkan titik A dan D'.

Soal 2 Pada Contoh 1, buktikan bahwa luas segi empat ABCD = luas segi empat ΔABD'.

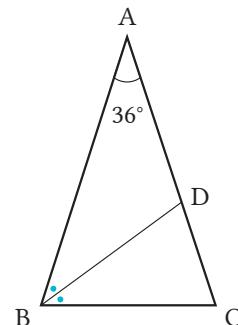
Soal 3 Pada Contoh 1, buat diagonal BD, dan buat suatu segitiga yang memiliki luas yang sama dengan segi empat ABCD.

Soal 4 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, suatu tanah dibagi ke dalam dua bagian ⓐ dan ⓑ dengan garis PQR sebagai batasnya. Tanpa mengubah luas tanah, buat garis yang melalui P untuk membuat batas lainnya.

Mari Kita Periksa

Garis Sejajar dan Luas
[Hlm.162]

Pada gambar di kanan, jika AD//BC dan BM = CM, tentukan segitiga-segitiga yang memiliki luas yang sama dengan ΔABM.

BAB 5 Soal Ringkasan

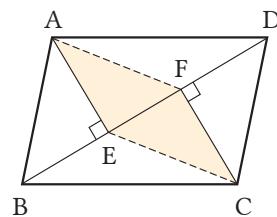
Jawaban di h.233, 234

Gagasan Utama

1 Isilah ☐ pada pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Garis bagi dari ☐ pada segitiga sama kaki membagi alasnya menjadi dua bagian yang sama dan berpotongan tegak lurus dengan alas tersebut.

(2) Pada dua segitiga siku-siku, jika panjang hipotenusa-hipotenusa yang bersesuaian dan ☐ adalah sama, atau panjang hipotenusa-hipotenusa bersesuaian dan ☐ adalah sama, maka kedua segitiga tersebut kongruen.

(3) Kedua diagonal jajargenjang berpotongan di ☐ .

(4) Persegi panjang didefinisikan sebagai ☐ .

2 Pada segitiga sama kaki ABC, dengan sudut puncak $\angle A = 36°$, buatlah garis bagi $\angle B$ dan misalkan D titik potong dengan sisi AC. Jawablah pertanyaan berikut.

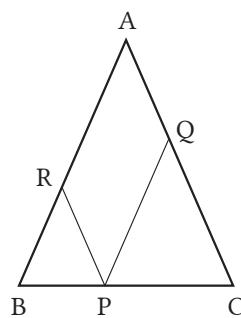
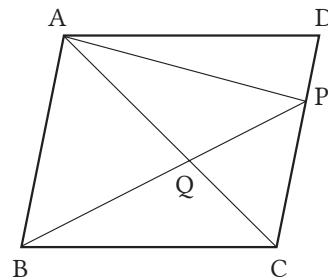
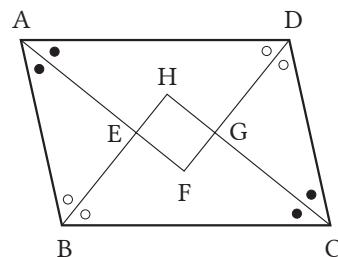
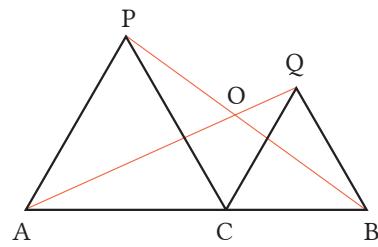
(1) Hitung $\angle BDC$.

(2) Jenis segitiga apakah $\triangle BCD$ itu? Jelaskan!

3 Dari titik-titik sudut A dan C pada ▱ABCD, buatlah berturut-turut garis AE dan CF yang tegak lurus dengan diagonal BD. Jawablah pertanyaan berikut.

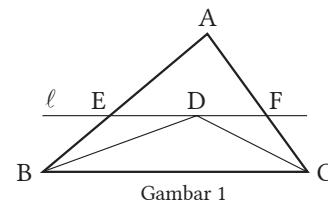
(1) Buktikan bahwa $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

(2) Dapat dibuktikan bahwa segi empat AECF adalah jajargenjang seperti berikut. Isilah ☐ , dan lengkapi pembuktiannya.

[Bukti] $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, sehingga AE = ☐ ①
Berdasarkan yang diketahui, maka $\angle AEF = \angle CFE$
☐ adalah sama, sehingga AE // ☐ ②
Dari ① dan ②,
dan karena ☐ ,
maka segi empat AECF adalah jajargenjang.

4 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, ambil titik C pada segmen AB dan buat segitiga sama sisi ACP dan CBQ dengan berturut-turut menggunakan AC dan BC. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa AQ = PB.

(2) Jika O adalah titik potong AQ dan PB, carilah ∠AOP.

Penerapan

1 Segi empat EFGH pada gambar di kanan dibentuk dari 4 garis bagi ∠A, ∠B, ∠C, dan ∠D. Segi empat EFGH termasuk jenis segi empat apa? Jika ▱ABCD adalah persegi panjang, segi empat EFGH termasuk jenis segi empat apa?

2 Pada ▱ABCD di sebelah kanan, ambil titik P pada sisi DC, dan misalkan Q adalah titik potong antara AC dan BP. Jawablah pertanyaan berikut.

(1) Tentukan perbandingan antara luas ΔABP dan luas ▱ABCD.

(2) Segitiga mana yang memiliki luas yang sama dengan ΔAQP?

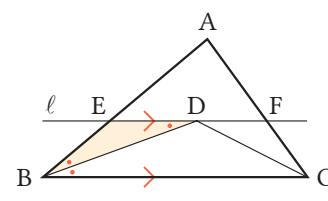
3 Dari titik P pada alas BC dari segitiga sama kaki ABC, buat garis sejajar terhadap sisi AB dan AC, misalkan Q dan R berturut-turut merupakan titik potong dengan sisi AC dan AB. Buktikan bahwa PQ + PR = AB.

BAB 5 | Segitiga dan Segi Empat

Penggunaan Praktis

1 Soal berikut dapat dibuktikan sebagai berikut.

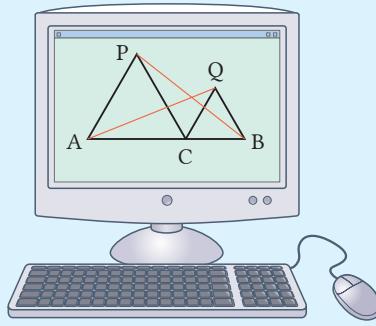
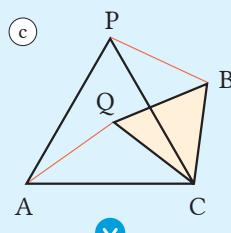
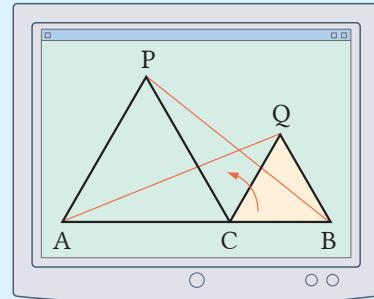
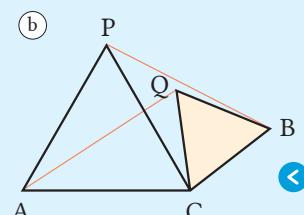
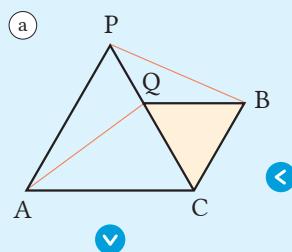
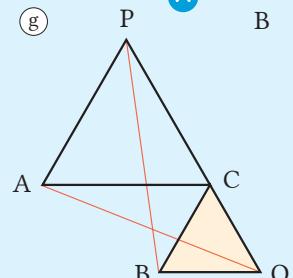
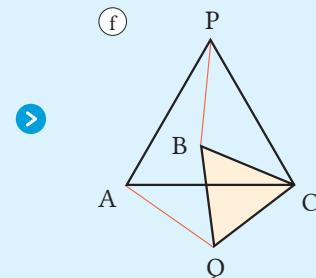
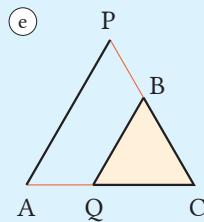
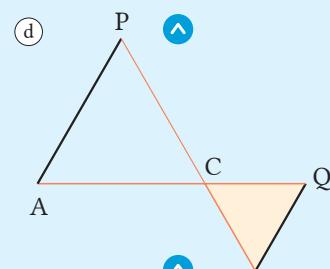
Gambar 1

Soal Pada △ABC di gambar 1, buat garis bagi ∠ABC dan ∠ACB, dan misalkan D adalah titik potong kedua garis bagi tersebut. Buat garis ℓ yang melalui D dan sejajar sisi BC, misalkan titik E dan F berturut-turut merupakan titik-titik potong terhadap sisi AB dan AC. Buktikan bahwa EB = ED.

Bukti Pada △EBD, berdasarkan yang diketahui, maka
∠DBC = ∠EBD ①
Karena sudut-sudut dalam berseberangan yang dibentuk oleh garis paralel, memiliki ukuran sudut yang sama, dan karena ED // BC, maka ∠DBC = ∠EDB. ②
Dari ① dan ②, maka ∠EBD = ∠EDB.
Karena kedua sudut sama besar, maka △EBD merupakan segitiga sama kaki. Dengan demikian, EB = ED.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Pilih satu dari pernyataan berikut sebagai bagian yang diketahui dari pembuktian di atas.
- ⓐ BD adalah garis bagi ∠ABC
- ⓑ CD adalah garis bagi ∠ACB
- ⓒ Garis ℓ melalui D dan sejajar sisi BC
- ⓓ EB = ED

(2) Pada Gambar 1, buktikan bahwa FC = FD.

(3) Karena △EBD dan △FCD adalah segitiga sama kaki, kita dapat melihat bagian manakah pada Gambar 1 yang memiliki keliling sama dengan keliling △AEF. Pilih dari pernyataan berikut.
- ⓐ AE + AF ⓑ AE + AC ⓒ AB + AF
- ⓓ AB + AC ⓔ DB + DC

Mari Pikirkan dengan Mengubah Syaratnya

Pada Soal 4 halaman 165, hal berikut ini telah dibuktikan.

> Jika kita ambil titik C pada ruas garis AB dan membuat segitiga sama sisi ACP dan CBQ secara berturut-turut dengan menggunakan sisi AC dan BC sebagai sisi, maka AQ = PB.

1 Bila kita rotasi ΔCBQ dengan titik C sebagai pusat rotasinya, mari kita selidiki apakah AQ = PB.

2 Mari buktikan apa yang telah kita selidiki di bagian 1 di halaman sebelumnya. Sebagai contoh, pada kasus ⓒ, kita dapat membuktikan bahwa AQ = PB seperti berikut.

[Bukti]

Pada ΔQAC dan ΔBPC, berdasarkan yang diketahui, maka

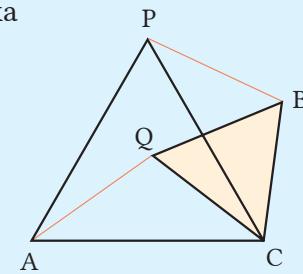
AC = PC ①

QC = BC ②

Selain itu, $\angle ACQ = \angle ACP - \angle QCP$

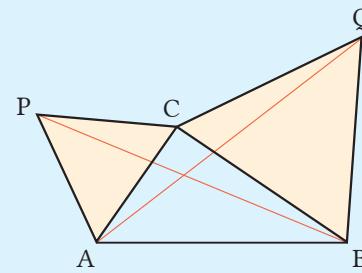
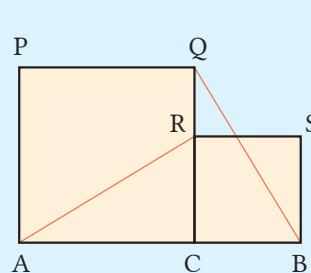
$= 60^\circ - \angle QCP$

Dan, $\angle PCB = \angle QCB - \angle QCP$

$= 60^\circ - \angle QCP$

Jadi, $\angle ACQ = \angle PCB$ ③

Dari ①, ②, dan ③, dan berdasarkan aturan kekongruenan Sisi-Sudut-Sisi,

maka $\Delta QAC \cong \Delta BPC$

Jadi, AQ = PB.

Mari kita buktikan bahwa AQ = PB pada kasus lain.

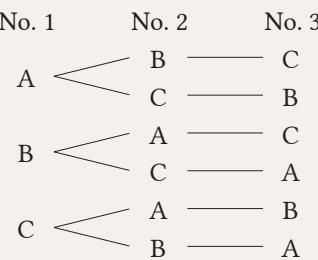
Bagian pembuktian mana yang perlu kita ubah pada soal pertama?

3 Seperti ditunjukkan pada gambar berikut, mari kita selidiki apa yang berlaku benar bila kita mengubah bagian kondisi pada nomor 4 di halaman 165. Buktikan!

(1) Ubah segitiga sama sisi menjadi persegi.

(2) Ambil titik C yang bukan pada ruas garis AB.

Ulasan

Apa yang sudah kita pelajari sejauh ini?

【Cara Menyusun】

Ketika memutuskan urutan dari 3 orang A, B, dan C dapat berlari, kita dapat menggunakan tabel atau diagram berikut untuk mencapai susunan berbeda yang dapat dibuat.

Tabel

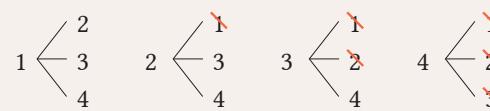
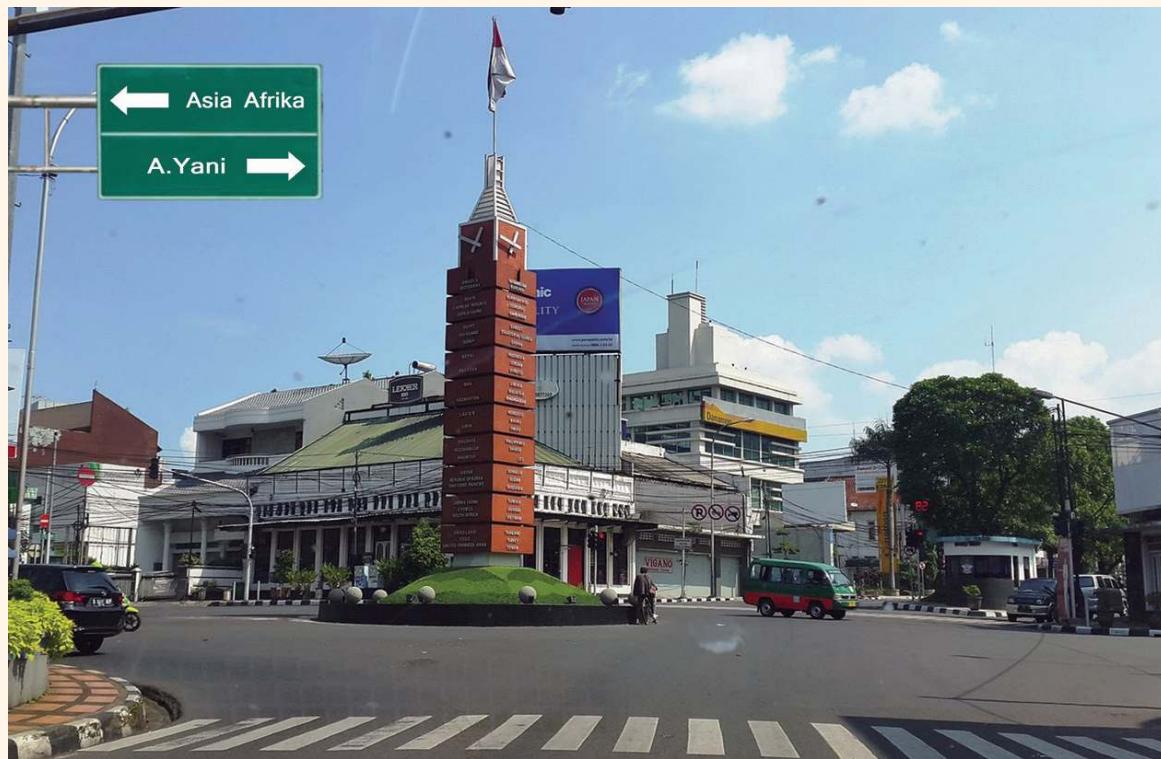
No. 1	No. 2	No. 3
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

Diagram

No. 1 — No. 2 — No. 3

A < B — C, C — B

B < A — C, C — A

C < A — B, B — A

【Cara Mengombinasi】

Jika kelas 1 - 4 bermain sepak bola, kita dapat menggunakan tabel atau diagram berikut untuk mencari kombinasi yang dapat dibuat.

Tabel

	1	2	3	4
1		○	○	○
2			○	○
3				○
4				

Diagram

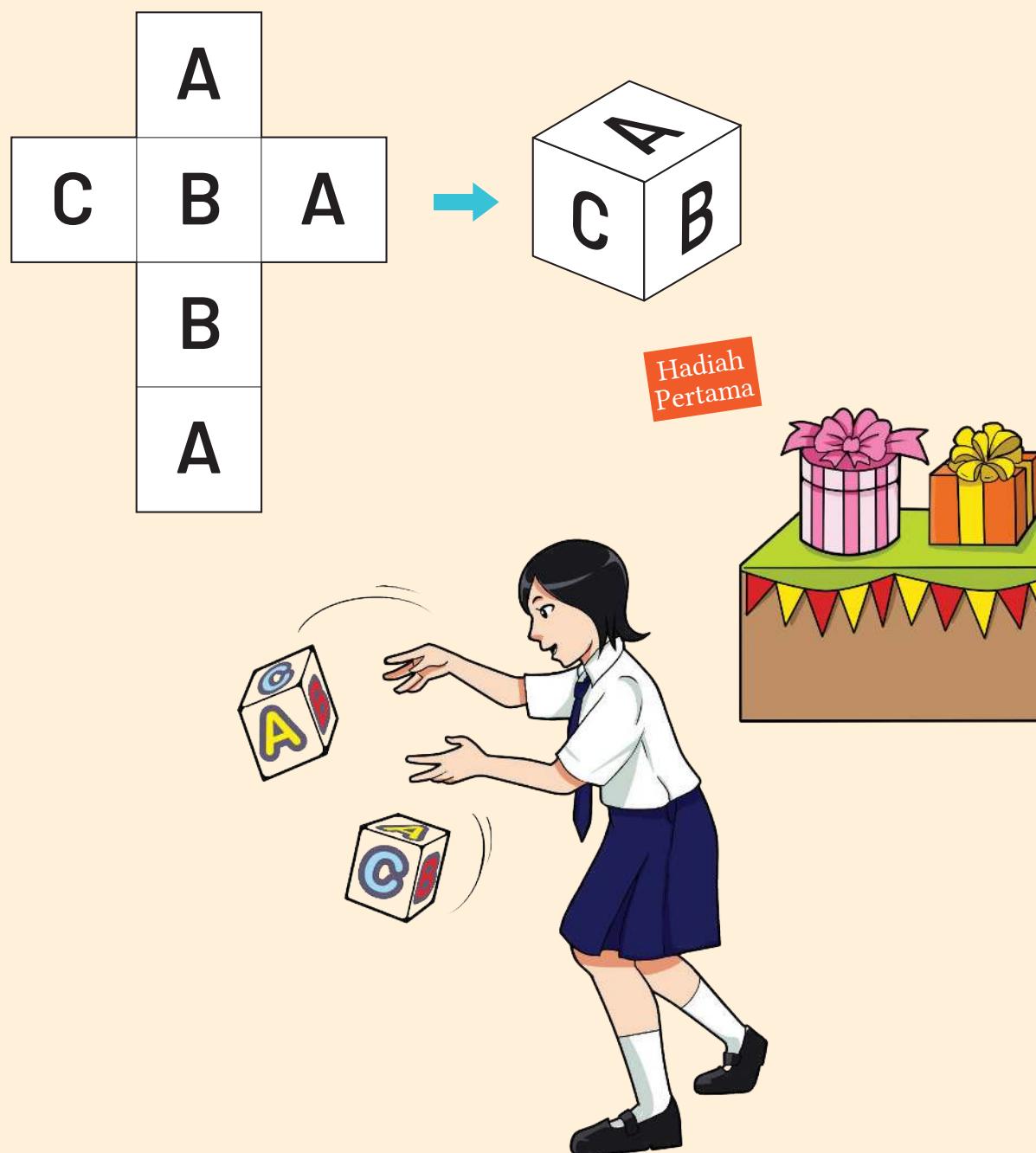
1 < 2, 3, 4

2 < ~~1~~, 3, 4

3 < ~~1~~, ~~2~~, 4

4 < ~~1~~, ~~2~~, ~~3~~

Peluang sukses = 1 – Peluang tidak sukses

Apapun jalan yang kau pilih, tingkatkan peluang suksesmu dengan tetap giat belajar.

Manakah yang mungkin akan muncul?

Sebuah dadu dibuat dengan melipat jaring-jaring kubus berikut.

Gunakan dua buah dadu yang dilipat seperti di atas untuk dapat memenangkan suatu permainan. Jika kita mendapatkan hasil lemparan dengan mata dadu yang paling tidak sering muncul, maka kita menjadi pemenang. Jika hasil lemparan merupakan mata dadu yang sering muncul, maka kita kalah. Ketika kita melempar kedua dadu bersamaan, pikirkan hasil lemparan mana yang akan menjadi "pemenang" dan yang "kalah"!

Jika kita melempar dua dadu bersamaan seperti di halaman sebelumnya, manakah dari ⓐ - ⓕ berikut yang harus menjadi "pemenang" atau manakah yang kalah? Apa tebakanmu?

Jika kita tidak memainkan dadu dengan benar, kita tidak dapat melakukan percobaan dengan adil.

Buatlah dadu dengan cara melipat jaring-jaring pada bagian akhir buku ⑤ dan lakukanlah percobaan berikut.

Banyak Lemparan	50	100	150	200			
Banyaknya kemunculan ⓐ							
Banyaknya kemunculan ⓑ							
Banyaknya kemunculan ⓒ							
Banyaknya kemunculan ⓓ							
Banyaknya kemunculan ⓔ							
Banyaknya kemunculan ⓕ							

Berdasarkan hasil percobaan pada bagian 2, diskusikan manakah di antara ⓐ - ⓕ pada bagian 1 yang seharusnya menjadi "pemenang pertama" atau yang mana yang kalah.

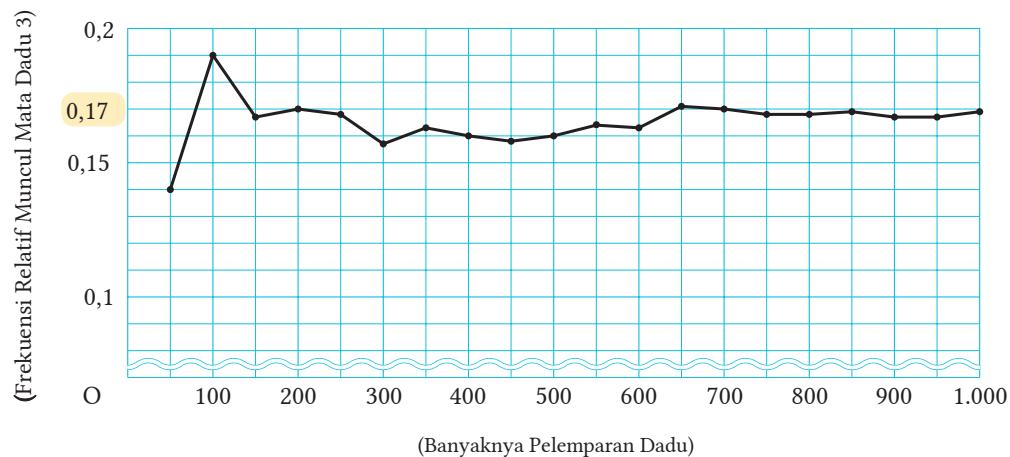
Bagaimana cara kita memeriksa apakah dugaan kita itu benar atau tidak benar?

h.174

1 Peluang

1 Kemunculan dari Suatu Kejadian

•Tujuan• Peserta didik dapat menggunakan suatu bilangan untuk menyatakan kemunculan terjadinya suatu kejadian.

Cobalah lempar sebuah dadu sebanyak 50 kali. Kemudian, hitunglah berapa banyak mata dadu 3 yang muncul.

(1) Dapatkah kamu menduga berapa banyak munculnya mata dadu 3? Dapatkah kamu menyatakan bahwa kamu akan selalu mendapat hasil tersebut?

(2) Cobalah lempar dadu sebanyak 50 kali dan selidiki frekuensi relatif munculnya mata dadu 3. Selidiki pula perubahan frekuensi relatif munculnya mata dadu 3 jika banyaknya pelemparan dadu adalah 100, 150, 200, ...

$$\text{(Frekuensi Relatif Muncul Mata Dadu 3)} = \frac{\text{(Banyaknya muncul mata dadu 3)}}{\text{(Banyaknya percobaan melempar dadu)}}$$

Banyaknya lemparan dadu	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Banyaknya muncul mata dadu 3										
Frekuensi relatif mata dadu 3										

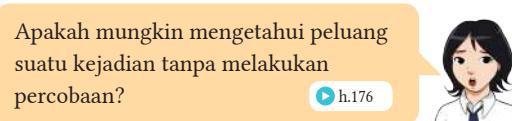
Grafik berikut menyajikan satu contoh hasil dari percobaan di Q.

Pada grafik di halaman sebelumnya, diketahui frekuensi relatif awalnya berubah. Namun, seiring bertambah banyaknya lemparan dadu, perubahannya semakin sedikit dan mendekati nilai tetap, yaitu 0,17. Kita dapat menyatakan bahwa 0,17 merupakan kemungkinan munculnya mata dadu 3.

Ketika frekuensi relatif suatu hasil kejadian dari sejumlah percobaan mendekati bilangan tetap tertentu, maka kita dapat menggunakan bilangan ini untuk menyatakan kemungkinan terjadinya kejadian tersebut. Bilangan yang menyatakan kemungkinan terjadinya suatu kejadian disebut *peluang* dari kejadian tersebut. Berdasarkan hasil percobaan melempar dadu di halaman sebelumnya, peluang munculnya mata dadu 3 adalah 0,17.

Soal 1

Ketika kita melempar sebuah dadu dan menyelidiki frekuensi relatif munculnya mata dadu genap, diperoleh data nilainya mendekati 0,5. Berapakah peluang kejadian munculnya mata dadu genap?

Soal 2

Ketika kita melempar tutup botol dan menyelidiki frekuensi relatif tutup botol tertelungkup, kita peroleh tabel berikut. Carilah tiap frekuensi relatif dari tertelungkupnya tutup botol dan lengkapilah tabel tersebut. Berapakah peluang terjadinya tutup botol tertelungkup ketika kita melempar tutup botol?

Banyaknya lemparan	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1.000
Kejadian tutup botol telungkup	42	81	131	160	202	255	294	337	378	421
Frekuensi relatif										

Kita dapat menduga peluang suatu kejadian dengan melakukan percobaan beberapa kali.

Apakah mungkin mengetahui peluang suatu kejadian tanpa melakukan percobaan? h.176

BAB 6 | Peluang

2 Bagaimana Cara Menentukan Peluang

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan peluang suatu kejadian tanpa melakukan percobaan.

Ketika sebuah dadu dilempar, manakah yang kemungkinan lebih sering muncul, mata dadu 1 atau mata dadu 3?

Jika sebuah dadu bersisi sama dilempar, maka kita dapat berharap bahwa kemungkinan munculnya tiap mata dadu adalah sama. Pada situasi ini, kita dapat menyatakan bahwa kemungkinan munculnya mata dadu 1 sampai dengan 6 adalah sama secara kemungkinan.

Ketika kita melempar sebuah dadu, banyaknya kejadian yang berbeda akan muncul adalah 6. Karena itu, peluang munculnya tiap mata dadu dari mata 1 sampai dengan 6 adalah $\frac{1}{6}$.

Peluang munculnya mata dadu 3 sebesar 0,17 dan hasil dari beberapa kali percobaan di halaman 174, nilainya hampir sama dengan $\frac{1}{6}$.

Contoh 1

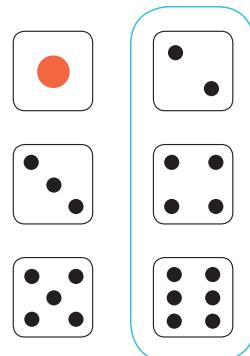
Ketika sebuah kartu diambil dari 52 kartu remi, kita dapat menyatakan bahwa kemungkinan terambilnya sebuah kartu adalah sama. Dalam hal ini, peluang terambilnya sebuah kartu adalah $\frac{1}{52}$.

Soal 1

Pilih salah satu yang memiliki kemungkinan sama terjadi dari situasi-situasi berikut.

(1) Melempar dadu bermata 1 sampai dengan 6 bila dadu yang dilempar adalah seperti pada gambar di kanan.

(2) Kejadian munculnya gambar atau angka ketika sebuah uang logam dilempar.

(3) Kejadian tutup botol telungkup atau telentang ketika sebuah tutup botol dilempar.

Soal 2

Beri beberapa contoh kejadian di sekitar kita yang memiliki kemungkinan terjadinya adalah sama.

Marilah kita cari peluang-peluang kejadian yang memiliki kemungkinan yang sama.

Bila sebuah dadu bersisi enam dilempar, kita dapat menentukan peluang munculnya mata dadu genap seperti berikut. Dalam kasus ini, banyaknya kemungkinan kejadian adalah 6 buah. Karena tiga kejadian berupa munculnya mata dadu genap seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, maka (peluang munculnya mata dadu genap) adalah

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Bila kita memperhatikan semua kemungkinan kejadian dan tiap kejadian memiliki kemungkinan sama terjadi, maka peluang kejadian dapat ditentukan seperti berikut.

Jika total seluruh kejadian adalah n, dan ada sebanyak a kejadian, maka peluang terjadinya kejadian tersebut adalah

$$p = \frac{a}{n}$$

Tentukan peluang kejadian munculnya kartu hati yang diambil dari 52 kartu remi yang dikocok!

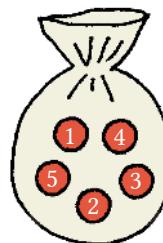
Cara Kejadian pengambilan tiap kartu dari 52 kartu adalah sama. Tentukan peluang terambilnya kartu hati bila ada 13 kartu hati.

Penyelesaian

Kemungkinan terambilnya satu dari 52 kartu remi adalah sama. Dari 52 kartu, 13 di antaranya adalah kartu hati. Jadi, peluang terambilnya kartu hati adalah

$$\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: $\frac{1}{4}$

BAB 6 | Peluang

Soal 3

Carilah peluang kejadian berikut pada Contoh 2 (di halaman 177).

(1) Terambilnya sebuah kartu wajik.
(2) Terambilnya sebuah kartu berangka 8.
(3) Terambilnya kartu bergambar.
(4) Terambilnya sebuah kartu hati atau satu kartu wajik.

Soal 4

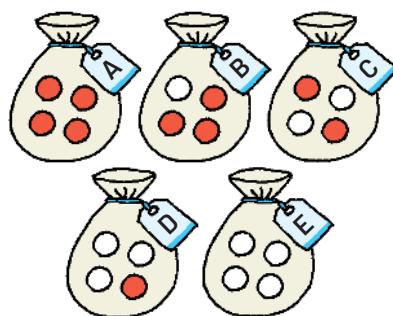
Pada sebuah kantong terdapat lima kelereng berukuran sama dengan nomor 1 sampai dengan 5. Ketika sebuah kelereng diambil dari kantong, tentukan peluang terambilnya kelereng bernomor genap, dan tentukan pula terambilnya kelereng bernomor ganjil.

Peluang Terjadinya Hujan

Apakah arti dari "peluang terjadinya hujan dari siang hingga pukul 6 sore di Yogyakarta adalah 70%"? Peluang terjadinya hujan menunjukkan peluang bahwa akan terjadi hujan paling tidak 1 mm pada waktu tertentu di suatu tempat tertentu. Hal ini tidak ada kaitannya dengan tingkat curah hujan, lamanya hujan, dan banyaknya hujan. Selain itu, lokasi dugaan terjadinya hujan dinyatakan dengan peluang yang sama.

Sumber: https://gudeg.net/cni-content/uploads/modules/posts/20210619063115.jpeg

Oleh karena itu, "peluang terjadinya hujan dari siang hingga pukul 6 sore di Yogyakarta sebesar 70%" berarti "untuk sembarang lokasi di Yogyakarta, peluang bahwa paling sedikit 1 mm hujan akan terjadi dari siang hingga pukul 6 sore adalah 70%". Lebih lanjut, "peluang terjadinya hujan 70%" bermakna "dari 100 kali kejadian, diperkirakan 70% atau 70 kali paling sedikit 1 mm hujan akan terjadi".

Selain itu, peluang terjadinya hujan ditampilkan dalam bentuk interval 10%. "Peluang terjadinya hujan 0%", artinya peluang terjadinya hujan kurang dari 5%, dan "peluang terjadinya hujan 100%" berarti peluang terjadinya hujan paling sedikit 95%.

Pekerjaan terkait
[**Peramal Cuaca**]

* Peluang 70% sama artinya dengan "peluang 0,7".

Mari kita pikirkan tentang rentang nilai peluang suatu kejadian.

Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, pada kantong A - E terdapat masing-masing 4 kelereng. Bila 1 kelereng diambil dari setiap kantong, tentukan peluang terambilnya kelereng putih dari setiap kantong.

Pada **Q**, Untuk kantong A, apa pun kelereng yang diambil, tak akan pernah terambil kelereng putih, sehingga peluang terambil kelereng warna putih adalah $\frac{0}{4} = 0$. Untuk kantong E, apa pun kelereng yang kamu ambil, pasti akan terambil kelereng warna putih, sehingga peluang terambilnya kelereng putih adalah $\frac{4}{4} = 1$. Untuk kantong-kantong lain, peluang terambilnya kelereng warna putih dapat dinyatakan dalam rentang nilai antara 0 dan 1, dinyatakan dengan angka antara 0 dan 1.

Jika kita misalkan peluang terjadinya kejadian adalah p, maka rentang nilai p adalah

$0 \leq p \leq 1$.

Jika $p = 0$, maka kejadian tidak akan mungkin terjadi.

Jika $p = 1$, maka kejadian akan pasti terjadi.

Soal 5 — Berilah contoh-contoh kejadian yang memiliki peluang 0 atau 1.

Permulaan Teori Peluang

Blaise Pascal (1623~1662), seorang matematikawan dari Prancis, pernah ditanya oleh seorang bangsawan. “Dua orang A dan B memainkan sebuah permainan dan bahwa siapa pun yang menang 3 kali, ia akan ditetapkan menjadi pemenang. Jika mereka berhenti bermain setelah A menang 2 kali dan B menang 1 kali, bagaimana mereka membagi uang secara adil?”

Terkait pertanyaan ini, Pascal menyelesaikan masalah ini bersama dengan matematikawan asal Prancis lainnya, yaitu Pierre de Fermat (1601~1665) melalui tukar-menukar surat. Dikatakan bahwa teori peluang lahir dari pertukaran gagasan melalui surat-menyurat ini.

Ketika sebuah dadu bersisi enam dilemparkan, tentukanlah peluang kejadian berikut.

(1) Munculnya mata dadu 6

(2) Tidak munculnya mata dadu 6

Ketika sebuah dadu dilemparkan, ada satu kejadian munculnya mata dadu 6, sehingga peluangnya adalah $\frac{1}{6}$. Di sisi lain, ada 5 kejadian tidak munculnya mata dadu 6, yaitu

sehingga peluang tidak munculnya mata dadu 6 adalah $\frac{5}{6}$.

Oleh karena itu, jumlah peluang munculnya mata dadu 6 dan peluang tidak munculnya mata dadu enam adalah

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

Dengan perkataan lain, kita dapat mengatakan bahwa

(Peluang tidak munculnya mata dadu 6) = 1 − (peluang munculnya mata dadu 6)

> Bila peluang suatu kejadian **A** muncul adalah p, maka peluang kejadian tidak munculnya **A** adalah $1 - p$.

Soal 6

Dalam sebuah permainan, peluang menang adalah $\frac{3}{20}$. Tentukan peluang kekalahan dari permainan tersebut.

Soal 7

Bila satu kartu diambil dari 50 kartu bernomor 1 sampai dengan 50, carilah peluang terambilnya kartu bernomor bilangan prima dan peluang terambilnya kartu bernomor bukan bilangan prima.

Ulasan

Bilangan asli yang mempunyai faktor 1 dan dirinya sendiri disebut bilangan prima.

SD Kelas V

Rentang nilai peluang paling sedikit 0 dan tidak melebihi 1.

Mari kita cari nilai peluang pada berbagai situasi.

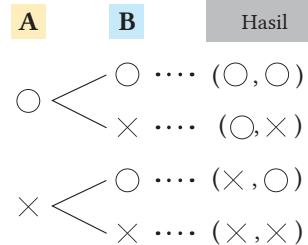
h.181

3 Beragam Peluang

•Tujuan• Peserta didik dapat menentukan peluang bila semua kejadian memiliki kemungkinan yang sama.

Bila dua uang logam A dan B dilempar bersamaan, berapakah peluang munculnya 1 angka dan 1 gambar?

Kita dapat melakukan beberapa percobaan dan menentukan frekuensi relatifnya.

Berapa banyakkah kemungkinan kasus yang terjadi?

Kita dapat berpikir tentang kasus dua uang logam yang dilempar dan munculnya gambar atau angka seperti berikut.

Ada dua kasus yang mungkin ketika melempar uang logam A, yaitu gambar atau angka. Hal ini berlaku pula bagi uang logam B. Oleh karena itu, seperti tampak pada tabel atau diagram berikut, maka akan ada (2×2) total kasus yang akan terjadi.

ⓐ Membuat tabel untuk menyelidiki kasus-kasus

A \ B	○	×
○	(○, ○)	(○, ×)
×	(×, ○)	(×, ×)

ⓑ Membuat diagram untuk menyelidiki kasus-kasus

Nyatakan gambar dengan ○ dan angka dengan ×.

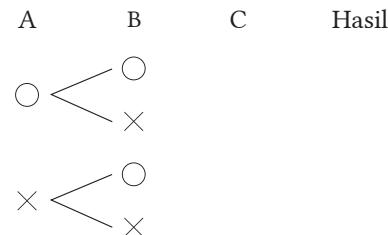



Diagram seperti pada ⓑ dinamakan diagram pohon. Dalam kasus ini, masing-masing dari empat kasus ((○, ○), (○, ×), (×, ○), (×, ×)) memiliki kemungkinan yang sama untuk terjadi. Di antara mereka, terdapat dua kasus, yaitu (○, ×), (×, ○) yang memuat 1 gambar dan 1 angka, sehingga peluangnya adalah

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

BAB 6 | Peluang

Soal 1 Diketahui dua uang logam A dan B dilempar bersamaan. Tentukanlah nilai peluang dari tiap kejadian berikut.

(1) Kejadian munculnya dua gambar

(2) Kejadian munculnya dua angka

Soal 2 Diketahui tiga uang logam A, B, dan C dilempar bersama-sama. Tentukanlah nilai peluang munculnya kejadian dua gambar dan satu angka dengan menggunakan diagram pohon.

A B C Hasil

○ < ○, ×

× < ○, ×

Nyatakan gambar dengan ○ dan angka dengan ×

Soal 3 Dua orang A dan B bermain "Kertas-Batu-Gunting" satu kali. Tentukanlah peluang bila kedua pemain tersebut bermain seri, dengan menggunakan diagram pohon. Anggaplah bahwa kedua pemain memiliki kemungkinan yang sama.

Kekeliruan d'Alembert

d'Alembert (1717-1783), adalah seorang matematikawan dan fisikawan terkenal Prancis. Ia berpendapat bahwa bila sebuah uang logam dilempar dua kali, maka semua kejadian yang mungkin terjadi adalah

① munculnya dua gambar

② muncul satu gambar dan satu angka

③ muncul dua angka

Selain itu, peluang setiap kejadian tersebut adalah $\frac{1}{3}$.

Kita sebut pemikiran ini sebagai "Kekeliruan d'Alembert".

d'Alembert (1717 - 1783)
Sumber: scienceworld.wolfram.com

 Apa yang keliru dengan pemikiran d'Alembert?

Contoh 1

Dua dadu berbeda ukuran, seperti gambar di sebelah kanan, dilempar bersamaan. Tentukanlah peluang kejadian bahwa jumlah kedua mata dadu adalah 9.

Cara

Kita dapat membuat tabel berikut untuk menentukan semua kemungkinan kejadian pelemparan dua dadu.

Besar / Kecil	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1 , 1)	(1 , 2)	(1 , 3)	(1 , 4)	(1 , 5)	(1 , 6)
⚁	(2 , 1)	(2 , 2)	(2 , 3)	(2 , 4)	(2 , 5)	(2 , 6)
⚂	(3 , 1)	(3 , 2)	(3 , 3)	(3 , 4)	(3 , 5)	(3 , 6)
⚃	(4 , 1)	(4 , 2)	(4 , 3)	(4 , 4)	(4 , 5)	(4 , 6)
⚄	(5 , 1)	(5 , 2)	(5 , 3)	(5 , 4)	(5 , 5)	(5 , 6)
⚅	(6 , 1)	(6 , 2)	(6 , 3)	(6 , 4)	(6 , 5)	(6 , 6)

Berdasarkan tabel, selidiki banyaknya kemungkinan jumlah kedua mata dadu adalah 9, dan tentukanlah peluang kejadian tersebut seperti berikut.

$$\text{(Peluang jumlah dua mata dadu 9)} = \frac{\text{(Banyaknya kejadian muncul jumlah mata dadu 9)}}{\text{(Banyaknya semua kejadian pelemparan dua dadu)}}$$

Penyelesaian

Semua kejadian pelemparan dua dadu ada sebanyak 36 kejadian, dan setiap kejadian memiliki peluang yang sama. Di antara semua kejadian itu, ada 4 kasus yang jumlah kedua mata dadunya 9, yaitu

(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

Oleh karena itu, peluangnya adalah $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Jawaban: $\frac{1}{9}$

Soal 4

Dua dadu berbeda ukuran dilempar bersamaan. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Tentukan peluang kejadian jumlah dua mata dadu 4.

(2) Tentukan peluang kejadian jumlah dua mata dadu paling sedikit 10.

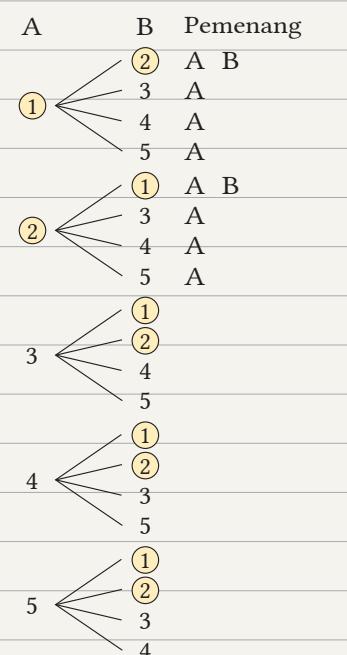
(3) Peluang kejadian jumlah dua mata dadu manakah yang terbesar?

Contoh 2

Ada sebuah undian dengan 2 tiket berhadiah dan 3 tiket tidak berhadiah dalam sebuah wadah. A mengambil sebuah tiket dari wadah ini tanpa pengembalian dan B mengambil tiket lain. Dalam kasus ini, tentukan peluang kejadian bahwa A akan memperoleh tiket berhadiah.

Cara

Misalkan tiket berhadiah adalah ① dan ②, dan tiket tidak berhadiah adalah 3, 4, dan 5. Kemudian, buatlah diagram pohonnya.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

Penyelesaian

Bila A dan B mengambil masing-masing satu tiket dari wadah dengan urutan seperti pada cerita di atas, maka seperti diperlihatkan pada diagram pohon di sebelah kanan, akan terdapat 20 kejadian. Tiap kejadian memiliki peluang muncul yang sama. Di antara 20 kejadian ini, ada 8 kejadian agar A memperoleh tiket berhadiah. Jadi,

(Peluang A mendapat tiket berhadiah) =

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

Jawaban: $= \frac{2}{5}$

A	B	Pemenang
①	②	A B
	3	A
	4	A
	5	A
②	①	A B
	3	A
	4	A
	5	A
3	①	
	②	
	4	
	5	
4	①	
	②	
	3	
	5	
5	①	
	②	
	3	
	4	

Soal 5

Pada Contoh 2, tentukan peluang bahwa B akan memperoleh tiket berhadiah. Bandingkan hasilnya dengan peluang A memperoleh tiket berhadiah. Tentukan pula peluang kedua orang tersebut memperoleh tiket berhadiah.

Soal 6

Pada Contoh 2, bila ada 3 tiket berhadiah dan 2 tiket tidak berhadiah, tentukanlah peluang bahwa A akan memperoleh tiket berhadiah dan peluang B memperoleh tiket berhadiah.

Soal 7

Ada tiga kartu dan salah satu kartu tersebut merupakan tiket berhadiah. Bila ada tiga orang mengambil tiga kartu tersebut dalam urutan tertentu tanpa pengembalian, apakah peluang memperoleh kartu berhadiah bergantung pada urutan pengambilan? Jelaskan jawabanmu berdasarkan gagasan peluang.

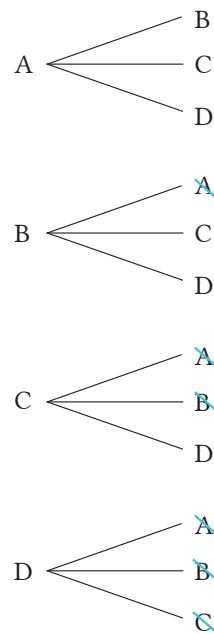
Contoh 3

Bila dua calon akan dipilih dari empat peserta didik, yaitu A, B, C, dan D secara acak, tentukan peluang bahwa peserta didik B dan peserta didik C akan terpilih.

Cara

Dalam hal ini, urutan pemilihan tidak berpengaruh. Sebagai contoh, kasus terpilihnya A kemudian B sama saja dengan kasus terpilihnya B kemudian A. Nyatakan hal ini dalam bentuk {A, B} dan tentukan semua kasus berbeda yang akan terjadi.

Penyelesaian

Untuk memilih 2 dari 4 peserta didik, ada enam kemungkinan, yaitu

{A, B}, {A, C}, {A, D}

{B, C}, {B, D}

{C, D}

Setiap kemungkinan ini memiliki peluang yang sama. Di antara kemungkinan ini, ada satu kasus, yaitu {B, C}, yang mana B dan C terpilih. Oleh karena itu, peluang terpilihnya mereka adalah $\frac{1}{6}$.

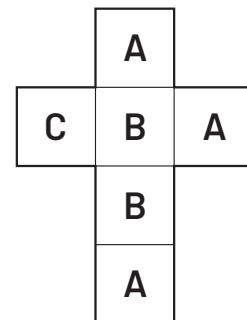
Jawaban: $\frac{1}{6}$

Kita anggap kejadian B-A sama dengan A-B.

Soal 8

Pada Contoh 3, tentukan peluang terpilihnya peserta didik D.

Soal 9

Akan dipilih secara acak 2 tim dari 5 tim sepak bola yang berbeda, yaitu A, B, C, D, dan E. Tentukan peluang tiap kejadian berikut.

(1) Terpilihnya tim A dan E.

(2) Terpilihnya tim C.

Berdasarkan materi yang sudah kita pelajari, jelaskan masalah dadu di halaman 172 dan 173 menggunakan gagasan peluang.

Ada dua dadu dibuat dari jaring-jaring kubus yang dilipat seperti gambar di kanan. Bila dua dadu dilempar bersamaan, manakah di antara berikut yang akan mendapat "hadiah pertama" dan yang "kalah"? "hadiah pertama" diperoleh bila kejadian yang mungkin sulit terjadi, dan yang paling sering terjadi berarti "kalah".

	A	
C	B	A
	B	
	A	

ⓐ A A　ⓑ A B　ⓒ A C

ⓓ B B　ⓔ B C　ⓕ C C

1 Berdasarkan hasil percobaan di halaman 173, apa dugaanmu terkait kasus-kasus yang terjadi?

2 Tunjukkan apakah dugaanmu benar atau tidak dengan menghitung peluang kejadian, dan diskusikan urutan hadiah-hadiahnya.

3 Diketahui dua dadu dilempar bersamaan. Jika kita menginginkan peluang kejadian {A, A} dan peluang kejadian {A, B} sama, bagaimana seharusnya kita mengubah jaring-jaring dadu yang ditunjukkan di atas, di mana paling sedikit A harus terjadi?

Mari Kita Periksa

1

Kemungkinan Kejadian
[Hlm.175] S 2

Tabel berikut menyajikan banyaknya kelahiran menurut jenis kelamin dan rasio atau perbandingannya. Berdasarkan tabel, berapakah peluang lahir laki-laki dan peluang lahir perempuan?

Tahun	Total Kelahiran	Laki-laki		Perempuan	
		Total lahir	Rasio	Total lahir	Rasio
Tahun 17	1.062.530	545.032	0,513	517.498	0,487
18	1.092.674	560.439	0,513	532.235	0,487
19	1.089.818	559.847	0,514	529.971	0,486
20	1.091.156	559.513	0,513	531.643	0,487
21	1.070.035	548.993	0,513	521.042	0,487
22	1.071.304	550.742	0,514	520.562	0,486
23	1.050.806	538.271	0,512	512.535	0,488
24	1.037.231	531.781	0,513	505.450	0,487

* Berdasarkan sensus dan Data Statistik Kementerian Kesehatan, Tenaga Kerja, dan Kesejahteraan

2

Bagaimana Cara Menentukan PeluangPeluang
[Hlm.177] Cth. 2
[Hlm.180] S 6

Tentukan peluang setiap kejadian berikut.

(1) Bila sebuah dadu dilempar, tentukan peluang munculnya dadu ganjil.

(2) Bila sebuah kelereng diambil dari sebuah kantong yang terdiri atas 3 kelereng merah, 2 kelereng putih, dan 7 kelereng biru, maka tentukan peluang kejadian masing-masing kelereng berwarna tertentu.

(3) Bila dadu bersisi-20 diberi nomor 1 sampai dengan 20 dilempar, maka tentukan peluang tidak munculnya mata dadu kelipatan 3.

Sumber: google.co.id

3

Beragam Peluang
[Hlm.182] S 1
[Hlm.184] Cth. 2

Tentukan peluang dari setiap kejadian berikut.

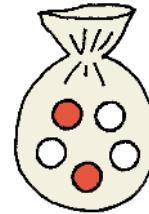
(1) Bila sebuah uang logam dilempar dua kali, tentukan peluang munculnya satu gambar.

(2) Bila dua dadu bersisi enam dilempar bersamaan, tentukan peluang munculnya mata dadu yang sama.

BAB 6

Soal Ringkasan

Jawaban pada h.234

Gagasan Utama

1 Ketika melakukan percobaan melempar kancing, seperti gambar di kanan, frekuensi relatif kejadian kancing telungkup nilainya mendekati 0,53. Bila sebuah kancing dilempar, berapakah peluang kancing telungkup dan berapa pula peluang kancing telentang?

2 Periksa apakah tiap pernyataan berikut benar atau tidak?

(1) Ketika sebuah dadu dilempar, setiap mata dadu dari 1 sampai dengan 6 memiliki kemungkinan yang sama untuk muncul.

(2) Bila dadu dilempar sebanyak 60 kali, maka mata dadu 4 akan muncul tepat 10 kali.

(3) Bila sebuah uang logam dilempar 3 kali, setelah gambar muncul dua kali, maka peluang munculnya angka di lemparan ketiga lebih besar daripada peluang munculnya gambar.

(4) Bila dua uang logam dilempar bersamaan, peluang munculnya dua gambar sama saja dengan peluang munculnya 1 gambar dan 1 angka.

3 Tentukan peluang untuk setiap kejadian berikut.

(1) Bila ada 20 tiket dan 4 di antaranya berhadiah, maka tentukan peluang seseorang mendapat tiket berhadiah.

(2) Bila sebuah dadu dilempar dua kali, tentukan peluang kejadian munculnya jumlah mata dadu 6.

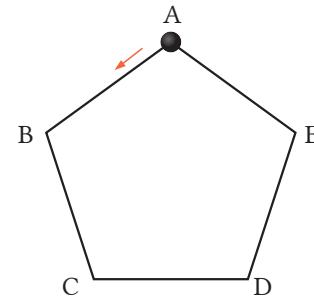
(3) Bila dua dadu dilempar bersamaan, tentukan peluang kejadian jumlah mata dadu adalah bilangan ganjil.

(4) Bila sebuah uang logam dilempar 3 kali, tentukan peluang munculnya 3 angka berturut-turut.

4 Ada satu tim terdiri atas 5 peserta didik, 3 laki-laki dan 2 perempuan. Bila dua peserta didik akan dipilih secara acak, tentukan peluang yang terpilih adalah 1 laki-laki dan 1 perempuan.

Penerapan

1 Bila ada 4 orang A, B, C, dan D membentuk satu tim estafet, berapa banyak urutan lari estafet yang dapat dibuat? Berapa kali kemungkinan A akan menjadi pelari ketiga?

2 Pada sebuah kantong terdapat 2 kelereng merah dan 3 kelereng putih. Jika setiap kali pengambilan 1 kelereng diambil tanpa pengembalian, maka tentukan peluang tiap kejadian berikut.

(1) Bila dua kelereng diambil, tentukan peluang terambilnya satu kelereng merah dan satu kelereng putih secara berurutan.

(2) Bila diambil 3 kelereng, tentukan peluang terambilnya satu kelereng merah, kelereng putih, dan kelereng merah secara berurutan.

3 Diketahui 3 orang A, B, dan C bermain "Kertas-Batu-Gunting" satu kali. Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Berapa kasus berbeda bila 3 orang bermain "Kertas-Batu-Gunting"?

(2) Tentukan peluang bahwa 3 orang bermain seri.

(3) Tentukan peluang B menjadi pemenang.

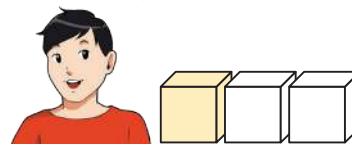
4 Seperti ditunjukkan pada gambar di kanan, letakkan sebuah batu pada titik sudut A pada segi-5 beraturan ABCDE. Lempar sebuah dadu dua kali, dan gerakkan batu dari satu titik ke titik yang lain dengan aturan ⓐ dan ⓑ berikut. Kemudian, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

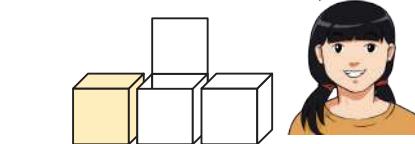
ⓐ Langkah pertama, pindahkan batu dalam arah yang sama seperti tanda panah. Banyaknya perpindahan ditandai dengan mata dadu.

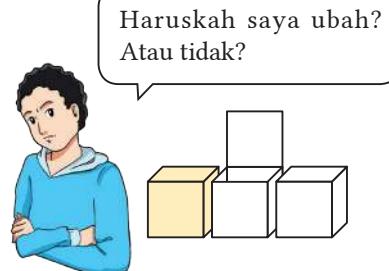
ⓑ Langkah kedua, pindahkan batu dengan arah berlawanan tanda panah, mulai dari posisi permulaan perpindahan pertama. Banyaknya perpindahan sesuai mata dadu.

(1) Setelah pemindahan pertama, tentukan peluang bahwa batu akan berada di titik B.

(2) Setelah pemindahan kedua, tentukan peluang bahwa batu akan berada di titik B.

Penggunaan Praktis

1 Heru sedang menonton acara "Tebak di manakah hadiahnya?" di TV. Permainan ini dibawakan pembawa acara dan kontestan seperti berikut.

Tebak Kotak Berhadiah

Ada tiga kotak di depan kontestan. Satu di antaranya adalah kotak berhadiah. Pembawa acara mengetahui kotak mana yang merupakan kotak berhadiah.

[Prosedur]

① Pertama, kontestan memilih 1 kotak.

② Pembawa acara membuka 1 kotak tak berhadiah dari 2 kotak yang belum dipilih.

③ Kontestan harus memutuskan apakah akan "mengubah" atau "tidak mengubah" kotak yang ia pilih.

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

(1) Jika kita putuskan untuk "tidak mengubah kotak" sejak mula-mula, prosedur ① di atas menentukan apakah kita akan menang atau tidak. Bila 1 kotak dipilih dari 3 kotak, tentukan peluang bahwa kotak yang dipilih adalah berhadiah.

(2) Heru berpikir tentang situasi di mana seseorang harus memutuskan apakah akan "mengubah kotak" dari awal atau tidak seperti berikut.
Isilah [ ] dan berilah penjelasan.

Penjelasan Heru

- Bila pertama kali kita memilih kotak berhadiah, tidak masalah kotak mana pun yang dibuka oleh pembawa acara, maka kotak yang belum terbuka pastilah kotak tidak berhadiah karena keduanya memang kotak tidak berhadiah.
- Jika pertama kali kita memilih kotak tidak berhadiah,

[ ]

Oleh karena itu, jika kita mengubah kotak, kita akan pasti memenangi permainan.

(3) Heru menduga bahwa jika keputusannya adalah "mengubah kotak" dari awal, maka kita akan memiliki kesempatan menang lebih besar. Jika kita ingin memeriksa apakah dugaan ini benar atau tidak dengan percobaan, pilihlah cara paling tepat untuk mengerjakan percobaan dari ⓐ ~ ⓓ berikut.

ⓐ Mainkan "ubah kotak" 3 kali dan periksa apakah akhirnya kita akan dapat memilih kotak berhadiah.

ⓑ Mainkan "ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" secara bergantian dan periksa dengan cara mana kita akan menang.

ⓒ Mainkan keduanya "ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" 3 kali, lalu bandingkan hasilnya.

ⓓ Mainkan keduanya 'ubah kotak" dan "tidak mengubah kotak" 100 kali, lalu bandingkan hasilnya.

Peluang Adanya Orang-Orang yang Memiliki Hari Ulang Tahun yang Sama

Tingkatkan!

Mari kita pikirkan "peluang terjadi adanya orang-orang yang memiliki hari ulang tahun yang sama" di kelas. Sekarang misalkan ada 10 peserta didik di kelas dan misalkan 1 tahun 365 hari, serta lahir di tiap hari memiliki peluang yang sama. Pertama, mari pikirkan tentang "peluang bahwa kesepuluh peserta didik lahir di hari berbeda" berdasarkan prosedur berikut.

Sumber: Dokumen Puskurbuk

1 Banyaknya kasus berbeda dari 10 ulang tahun peserta didik adalah sebagai berikut.

$365 \times 365 \times 365 \times \ldots \times 365 = 365^{10}$ ①

2 Kita dapat berpikir tentang kasus-kasus berbeda bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda seperti berikut. Peserta didik memiliki 365 kasus berbeda dalam hal ulang tahun. Untuk setiap kasus, buang hari ulang tahun peserta didik 1, sehingga peserta didik 2 memiliki 364 kasus berbeda dalam hal ulang tahun. Selain itu, untuk setiap kasus, dengan membuang hari ulang tahun peserta didik 1 dan peserta didik 2, akibatnya peserta didik 3 memiliki 363 kasus berbeda terkait ulang tahun. Dengan berpikir seperti ini, banyaknya kasus berbeda bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda adalah seperti berikut.

$365 \times 364 \times 363 \times \ldots \times 356$ ②

3 Jika kita misalkan "peluang bahwa 10 peserta didik dilahirkan pada hari yang berbeda" adalah p, maka menurut ① dan ②, diperoleh

$$p = \frac{(365 \times 364 \times 363 \ldots \times 356)}{365^{10}} = 0,8830\ldots$$

Oleh karena itu, "peluang bahwa akan ada peserta didik (dari 10 peserta didik) akan memiliki hari ulang tahun yang sama" adalah...

$1 - p = 1 - 0,883 = 0,117$

Jika kita hitung dengan cara yang sama untuk kasus 20 orang, maka peluang bahwa ada orang-orang yang memiliki ulang tahun yang sama adalah 0,411; sedangkan 0,706 untuk 30 orang, dan untuk 40 orang yang relatif tinggi, yaitu 0,891.

Apakah di kelasmu ada orang-orang yang memiliki ulang tahun yang sama? Buatlah dugaanmu berdasarkan gagasan peluang dan selidikilah!

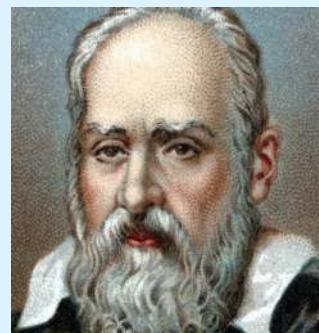
* 0,883; 0,117; 0,411.. adalah nilai-nilai pendekatan yang ditulis dalam tiga angka desimal.

Pendalaman Materi

Manakah yang Memiliki Keuntungan?

1

Pada abad ke-17 di Eropa, masalah tentang jumlah pelemparan dadu merupakan hal yang menarik. Masalahnya adalah bila ada 3 dadu dilempar bersamaan, untuk kasus bahwa jumlah ketiga mata dadu adalah 9 dan jumlah mata dadu 10, manakah yang lebih menguntungkan? Mari kita pikirkan masalah ini.

(1) Banyak orang berpikir bahwa akan ada 6 kasus berbeda sehingga jumlah mata dadu 9, dan 6 kasus berbeda agar jumlah mata dadu 10. Tidak masalah pilihan mana yang dipilih, itu akan memiliki kesempatan yang sama untuk menang. Tuliskan semua kasus untuk jumlah mata dadu 9 dan 10.

Contoh jumlah mata dadu 9

Contoh jumlah mata dadu 10

(2) Di sisi lain, penjudi merasa bahwa jumlah mata dadu 10 muncul sedikit lebih sering daripada yang berjumlah 9 berdasar pengalaman. Orang yang menjawab masalah ini adalah ilmuwan Italia bernama Galileo Galilei. Galileo menunjukkan bahwa jumlah mata dadu 10 memiliki peluang lebih besar menggunakan teori peluang. Berpikirlah seperti Galileo dan jelaskan soal ini.

Galileo Galilei (1564-1642)
Sumber: biography.com

Sebagai contoh, berapa banyak kasus yang terjadi ⚀⚂⚅ ?

Matematika Lanjut

~ Halaman untuk Belajar Berkelompok ~

Pada bagian ini, kita akan menyajikan dan melaporkan apa yang telah kita pelajari dan pikirkan, serta mengaitkan ke bidang lain atau masalah-masalah di sekitar kita. Pilihlah topik yang menarik buatmu!

Menyajikan Hasil Penyelidikan

~ Komunikasikan Gagasanmu kepada Orang Lain ~

Siapkan sebuah laporan untuk menuliskan gagasanmu. Dengan menyiapkan laporan, kamu akan membuat penemuan-penemuan atau akan bertanya tentang sesuatu yang belum kamu pelajari. Inilah sebagian hal paling penting dalam belajar matematika.

Menyiapkan Laporan

1 Pilihlah satu topik yang menarik atau yang membuat kamu penasaran.

Pilihlah topik laporanmu berdasarkan minat dan ketertarikanmu dalam belajar matematika pada penerapannya pada kehidupan sehari-hari. Sebagai contoh, ketika kamu bertanya pada diri sendiri, "Mengapa?", "Bagaimana keadaan suatu peristiwa?", atau "Saya ingin tahu lebih banyak". Apa yang membuatmu tertarik dalam kehidupan sehari-hari, akan membantu dalam memilih suatu topik.

2 Buatlah rencana pengumpulan data.

Penting dicatat bahwa kamu tidak perlu melakukan penyelidikan sendiri, tetapi kamu seharusnya:

- Melakukan percobaan, observasi, dan penyelidikan
- Melakukan survei
- Mengumpukan informasi dari buku, koran, di perpustakaan, dan di internet

Kamu hendaknya merencanakan proses pengumpulan data untuk mencapai tujuanmu.

3 Kumpulkan informasi, susun, dan analisislah informasi tersebut.

Analisislah informasi atau data yang telah kamu kumpulkan, dan carilah beberapa karakteristiknya. Catat pula sumber informasinya. Kamu dapat menemukan banyak informasi dari internet. Namun, kamu harus menyadari informasi mana yang dapat dipercaya dan tidak.

4 Susunlah gagasanmu!

5 Sajikan laporanmu dan mintalah umpan balik dan komentar dari kawan-kawanmu.

Sajikan laporanmu dan mintalah pertanyaan atau komentar tentang isi laporan dari teman-temanmu. Selain itu, mintalah pertanyaan atau komentar tentang bagaimana kamu akan memperbaiki laporan ketika kamu berada di hadapan peserta yang hadir.

Contoh Laporan

Pilih satu tema dari yang kamu sukai tentang matematika atau kehidupan sehari-hari.

Tulis alasanmu mengapa tertarik dengan topik ini, pertanyaanmu, mengapa dan bagaimana kamu mencoba menulis laporan tentangnya.

Tulis apa yang hendak kamu cari, khususnya tentang konjektur dan alasannya.

Hari, Bulan, Tahun

Selisih Dua Bilangan?

SMP Kelas VIII, Nama

Tulis tanggal penulisan laporan.

(Bila berkelompok) tulis nama anggotamu.

Aturlah peran tiap anggota untuk membuat laporan secara lebih efisien.

1 Motivasi:

Pada Bab 1, h.28-29, saya telah dapat menjelaskan bahwa jumlah dua bilangan adalah ganjil atau genap. Sekarang, saya akan menyelidiki selisih dari bilangan-bilangan, apakah selisih tersebut akan ganjil atau genap?

2 Hasil Penyelidikan Saya:

Saya peroleh hasil berikut dengan membuat dugaan melalui bilangan-bilangan khusus.

Selisih antara genap dan ganjil	Selisih antara genap dan genap	Selisih antara ganjil dan ganjil
$2 - 1 = 1$ $11 - 6 = 5$ Dugaan Ganjil	$4 - 2 = 2$ $10 - 8 = 2$ Dugaan Genap	$3 - 1 = 2$ $11 - 7 = 4$ Dugaan Genap

3 Hasil yang Saya Temukan:

Saya jelaskan dengan bentuk-bentuk aljabar serupa dengan kasus jumlah bilangan seperti berikut.

Tulis cara-cara berpikir atau metode yang kamu pelajari dari pelajaran yang telah kamu gunakan.

Selisih antara genap dan ganjil	Selisih antara genap dan genap	Selisih antara ganjil dan ganjil
Jika kita misalkan m dan n bilangan bulat, maka bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$ genap dan bilangan ganjil $(2n + 1)$. Selisih bilangan genap dan ganjil adalah $2m - (n + 1) = 2(m - n) - 1$.	Jika kita misalkan m dan n bilangan bulat, maka bilangan-bilangan genap dapat dinyatakan dengan $2m$ genap dan $2n$. Selisih bilangan genap dan genap adalah $2m - 2n = 2(m - n)$.	Jika kita misalkan m dan n bilangan bulat, maka bilangan-bilangan ganjil dapat dinyatakan dengan $2m + 1$ dan $2n + 1$. Selisih bilangan ganjil dan ganjil adalah $2m + 1 - (2n + 1) = 2(m - n)$.

Karena m-n bulat, $2(m - n) - 1$ adalah ganjil. Jadi, selisih bilangan genap dan ganjil adalah ganjil.	Karena $m - n$ bulat, $2(m - n)$ adalah genap. Jadi, selisih bilangan genap dan genap adalah genap.	Karena $m - n$ bulat, $2(m - n)$ adalah genap. Jadi, selisih bilangan ganjil dan ganjil adalah genap.

Tulis apa yang kamu temukan dari refleksi penyelidikan dan pemikiran mu

Buat laporanmu mudah dipahami secara sepintas, menggunakan diagram, tabel, grafik ilustrasi, dan sebagainya.

4 Komentar:

Saya dapat menjelaskan dengan mudah apakah selisih dua bilangan itu genap atau ganjil. Namun, terkait perkalian dan pembagian, saya tidak dapat dengan pasti menghitungnya. Jadi, saya akan coba menyelidikinya lagi.

Tulis hal-hal yang tidak kamu temukan dalam penelitian (bila ada)

Genap dan ganjil	Genap dan genap	Ganjil dan ganjil
hasil kali $2m \times (2n + 1)$ hasil bagi $2m \div (2n + 1)$	hasil kali $2m \times 2n = 2(2mn)$ hasil bagi $2m \div 2n = \frac{m}{n}$	hasil kali $(2m + 1) \times (2n + 1)$ hasil bagi $(2m + 1) \div (2n + 1)$

Tulis kesulitan yang kamu hadapi dan hal-hal yang dikerjakan selama penyelidikan.

Tulis yang membuatmu tertarik untuk diselidiki lebih lanjut.

5 Komentar:

Saya dapat menjelaskan dengan mudah apakah selisih dua bilangan itu genap atau ganjil. Namun, terkait perkalian dan pembagian, saya tak dapat dengan pasti menghitungnya. Jadi, saya akan coba menyelidikinya lagi.

Daftarkan referensi yang kamu gunakan (jika ada).
Contoh referensi
Penulis, (Tahun). Judul Buku. Penerbit.
Bagian Statistika, Kementerian Urusan Dalam Negeri dan Komunikasi

Cara Presentasi

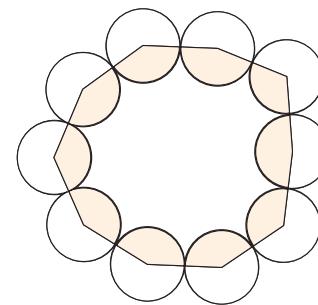
Presenter seharusnya....

Menyajikan dengan cara yang membuatmu mampu menyampaikan harapan, gagasan, dan pemikiran kepada orang lain.

- Menyajikan dengan jelas apa yang kamu temukan dan apa yang ingin kamu katakan kepada orang lain.
- Memikirkan urutan penjelasan, kapan perlu menyajikan tabel dan kapan pula perlu menyajikan grafik.
- Berusaha membuat hadirin mudah memahami laporanmu, seperti dengan cara membagikan *handout* (bahan presentasi).
- Memilih kata yang mudah dipahami dan menggunakan volume suara dan kecepatan yang tepat saat berbicara.
- Membedakan antara apa yang dipelajari dan apa yang ditemukan dalam penyelidikan.
- Memberi informasi kepada hadirin tentang usaha yang telah dilakukan dan hal-hal yang belum ditemukan.

Peserta presentasi (hadirin) seharusnya....

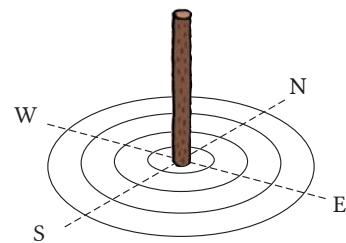
Mendengarkan dan memahami harapan, gagasan, dan pemikiran presenter.

- Membuat catatan tentang materi yang diperhatikan ketika mendengarkan penyajian temanmu.
- Belajar dan menggunakan hal-hal penting tentang isi dan cara penyajian presenter sebagai rujukanmu dalam presentasi kelak.
- Memperhatikan ide-ide matematis yang menjadi landasan matematis, dan cara berpikir matematis yang mendasari penalaran yang digunakan.
- Membandingkan gagasanmu dengan gagasan orang lain.
- Memberi komentar atau pertanyaan setelah presentasi, atau memberi catatan kepada presenter tentang apa yang ingin kamu katakan atau tunjukkan.

Mari Menyelidiki

Selidiki dan laporkan topik yang menarik bagimu di antara topik-topik berikut!

Mari Coba "Sangaku"!

"Wasan" adalah matematika asli Jepang masa periode Edo yang bertahan di era Perang Dunia I. "Jinko-ki" yang ditulis oleh Mitsuyoshi Yoshida (1598-1672) adalah buku teks terkenal permulaan Wasan. Salah satu alasan sehingga Wasan menjadi terkenal adalah karena "Sangaku". Sangaku adalah lempengan kayu yang memuat pertanyaan asli tentang matematika di atasnya dan didedikasikan untuk candi atau kuil, dan berfungsi sebagai papan buletin dari masyarakat lokal untuk kegiatan kompetisi dan berbagi gagasan matematika.
Berikut ini merupakan pertanyaan Sangaku yang disederhanakan, didedikasikan untuk Kuil Haruna (Kota Takasaki, Provinsi Gunma). Mari kita coba jawab pertanyaannya!

Seperti yang kamu lihat, gambar berbentuk cincin di sebelah kanan memuat lingkaran-lingkaran berdiameter sama yang saling berkait. Berapakah selisih antara luas daerah yang tak diarsir dan luas daerah yang diarsir jika pusat-pusat lingkaran dihubung-hubungkan?

Penjelajah Matematika Lintas Negeri—Kazu Yamaguchi

Orang-orang yang di kemudian hari dinamai "Yu reki san ka" (matematikawan yang menjelajah lintas negeri) telah berkontribusi dalam penyebaran "Wasan" dalam skala nasional. Salah satu dari mereka adalah Kazu Yamaguchi (1781-1850). Ia lahir di Suibara, Echigo (kini bernama Agano, Niigata) dan mempelajari Wasan di Edo (kini bernama Tokyo) serta menjelajah berbagai tempat di Jepang. Ia disambut di setiap tempat sebagai "Guru agung Matematika yang datang dari Edo!" atau sebagai penyair dan sebagainya. Serta, ia tinggal untuk sementara waktu untuk mendukung atau memperkaya matematika masyarakat lokal.
Mari kita selidiki Kazu Yamaguchi atau si spesialis "Wasan".

Thales: Orang Pertama yang Menyajikan Pembuktian

Mesir Kuno telah memiliki peradaban sejak sekitar tahun 3000 Sebelum Masehi. Di Mesir, bila musim hujan tiba, Sungai Nil selalu meluap mengakibatkan banjir, membuat tanah subur. Namun, garis batas antarpetak sawah/kebun hilang. Orang-orang yang disebut ahli "tali tandu" berkontribusi dalam menjaga ukuran tanah dengan menggunakan tiang dan tali.

Untuk hal itu, mereka perlu menentukan arah Utara-Selatan dan Timur-Barat berdasarkan pergerakan bintang dan bayangan matahari.
Pada abad ke-6 Sebelum Masehi, Filosof Yunani Thales (624-547 SM) belajar metode menggambar dari para tukang "tali tandu" dan biarawan ketika ia tinggal di Mesir. Meski bangsa Mesir menggunakan ilmunya untuk kegunaan praktis, Thales dikenal sebagai filosof pertama yang dapat menjelaskan dan membuktikan ilmu/pengetahuan bangsa Mesir secara teoretis. Mari kita selidiki apa saja yang telah dibuktikan oleh Thales.

Hubungan antara GPS dan Sistem Persamaan

GPS (*Global Positioning System*) diinstal pada berbagai alat, seperti Sistem Navigasi mobil dan Telepon Pintar. GPS adalah sebuah sistem yang menunjukkan koordinat dan lokasi terkini. Benda ini menerima gelombang radio dari berbagai satelit dan menghitung jaraknya dari satelit-satelit tersebut. Gagasan sistem persamaan digunakan untuk sistem ini.

Mari kita selidiki bagaimana sistem persamaan digunakan dalam GPS.

Eksplorasi Matematika

Misteri Bilangan pada Baris ke-17

1 Mari kita hitung berikut ini dengan menggunakan tabel di sebelah kanan.

(I) Isilah baris ke-1 dengan sembarang bilangan yang kamu sukai dari 1 sampai dengan 9.

(II) Isilah baris ke-3 dengan menjumlahkan baris ke-1 dan 5 pada baris ke-2. (Tapi, hanya tulis angka satuannya saja jika jumlahnya berupa bilangan lebih dari dua angka.)

(III) Isilah baris ke-4 dengan bilangan pada baris ke-2 dan baris ke-3. Ulangi dengan proses yang sama untuk mencari baris-baris berikutnya, dan terus lakukan perhitungan hingga kamu mencapai baris ke-17.

Contoh

ke-1	3			
ke-2	5	5	5	5
ke-3	8			
ke-4	3			
ke-5	1			
ke-6	4			
ke-7	5			
ke-8				
ke-9				
ke-10				
ke-11				
ke-12				
ke-13				
ke-14				
ke-15				
ke-16				
ke-17				

Dari perhitungan yang kamu lakukan, apa yang kamu temukan?

2 Pada bagian **1** jika bilangan pada baris ke-2 diganti dengan selain 5, apa yang akan terjadi? Buat dugaanmu dan selidikilah!

3 Jelaskan hal yang kamu temukan di **1** dan **2**, menggunakan variabel.

Jika kita misalkan bilangan pada baris ke-1 adalah a, bilangan pada baris ke-2 adalah b, maka bilangan pada baris ke-3 dapat dinyatakan dengan $a + b$, bilangan pada baris ke-4 dapat dinyatakan dengan $b + (a + b) = a + 2b$.

Lakukan terus perhitungan dan nyatakan bilangan-bilangan dengan a dan b hingga baris ke-17 secara berurutan.

Bacalah bentuk aljabar terakhir yang kamu peroleh dan jelaskan apakah yang kamu temukan itu.

ke-1	a
ke-2	b
ke-3	$a + b$
ke-4	$a + 2b$
⋮	⋮

Tsurukame-Zan (Masalah Bangau dan Kura-Kura)

Di Jepang, ada masalah matematika terkenal yang dinamakan “Tsurukame-zan (Masalah Bangau dan Kura-Kura)” di akhir Sekolah Dasar dan permulaan Sekolah Menengah Pertama. Masalah ini diperkenalkan dalam buku matematika China Kuno yang muncul di buku teks matematika Jepang pada zaman Edo. Dalam “Sunzi Suanjing”, buku negeri Tiongkok (sekitar abad 3 dan 5), permasalahannya adalah sebagai berikut.

今有雉兎同籠
上有三十五頭
下有九十四足
問雉兎各幾何

Terjemahan Sejumlah burung pegar dan kelinci berada dalam satu kandang. Bila dalam kandang tersebut ada 35 kepala dan 94 kaki, berapa banyak burung pegar dan kelinci yang ada dalam kandang tersebut?

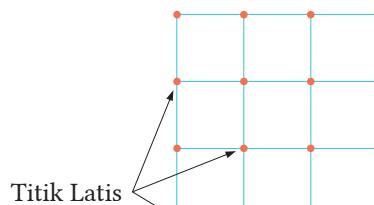
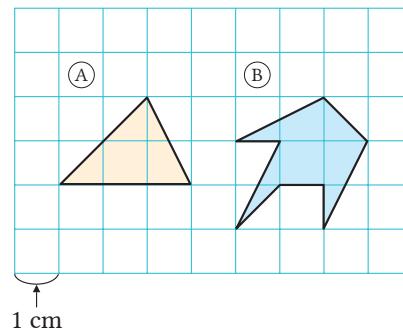
Untuk masalah ini, metode penyelesaian dalam buku diinterpretasi seperti berikut.

(I) Bila kita lipat gandakan banyaknya kepala, yaitu 35, maka akan menjadi 70.

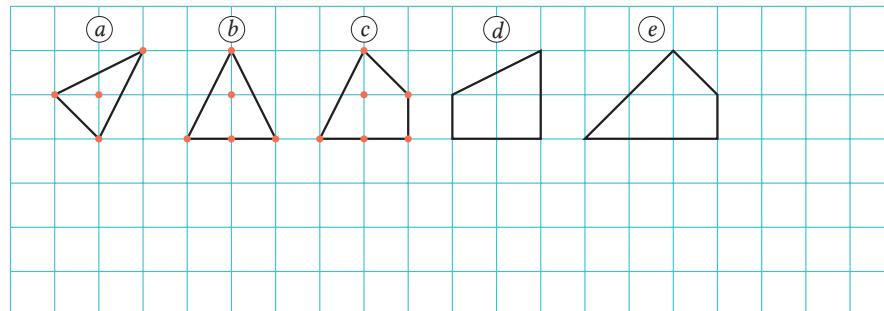
(II) Bila banyaknya kaki 94 dikurangi 70, maka akan diperoleh 24.

(III) 24 dibagi 2 menghasilkan 12, yaitu menyatakan banyaknya kelinci.

Banyaknya kaki untuk tiap kepala adalah 2 dalam kasus burung pegar, dan 4 dalam kasus kelinci. Jika dalam kandang hanya ada burung pegar, maka banyaknya kaki adalah 70 sebab banyaknya kepala 35. Selisih 25 menunjukkan banyaknya ....

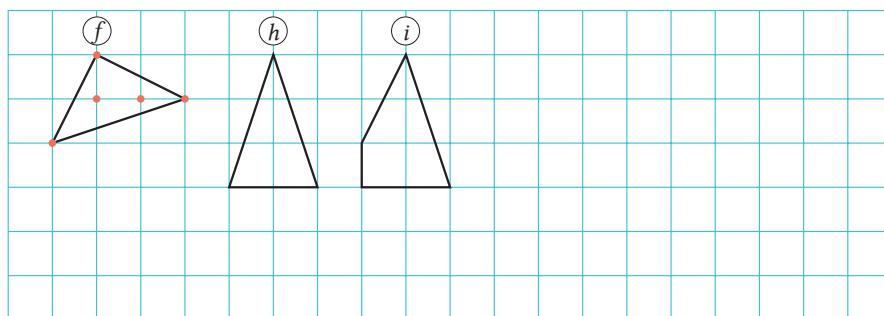
1 Bila banyaknya burung pegar dinyatakan dengan x dan banyaknya kelinci dinyatakan dengan y, maka buatlah sistem persamaan dan selesaikan!

Situasi masalah burung pegar dan kelinci diganti oleh masalah bangau dan kura-kura (Tsurukame-zan) setelah dibawa ke negeri Jepang. Salah satu alasan pengubahan situasi ini adalah bahwa kura-kura dan bangau menggambarkan keberuntungan untuk panjang umur di Jepang: Peribahasa menyatakan bahwa “kura-kura hidup 10 ribu tahun dan bangau hidup seribu tahun”. (Di peribahasa China: kura-kura hidup tiga ribu tahun). Selain itu, jika kura-kura menggerakkan kedua kaki depannya, maka kura-kura dapat dipandang sebagai bangau yang bertumpu pada kaki belakangnya.

Misteri Luas Daerah

1 Tentukan luas daerah Ⓐ dan Ⓑ pada grid atau persegi kecil di sebelah kanan.

Untuk menentukan luas daerah pada sebuah grid, untuk kasus Ⓐ, luas daerah mudah ditentukan, tetapi untuk kasus Ⓑ, luas daerah sulit ditentukan.

Pada sebuah grid, titik perpotongan antara garis vertikal dan horizontal dinamakan titik latis. Perhatikan titik-titik latis pada bagian dalam dan pada gambar, lalu selidikilah luas daerahnya.

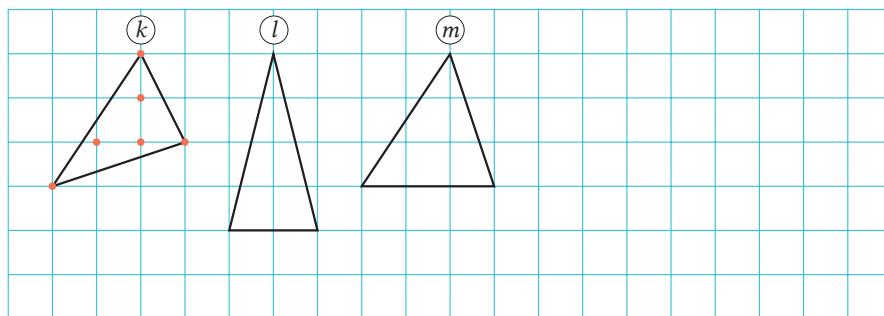
2 Bangun datar dengan satu titik latis di bagian dalam.

1 Tentukan banyaknya titik latis pada gambar ⓐ ~ ⓔ, tentukan luas daerahnya, dan tuliskan hasilnya dalam tabel di bawah.

	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ	ⓔ
Banyaknya titik latis x (titik)	3	4			
Luas Daerah y (cm^2)					

2 Jika kita misalkan luas daerah dengan y ketika banyaknya titik latis pada gambar adalah x, maka nyatakan y dalam x.

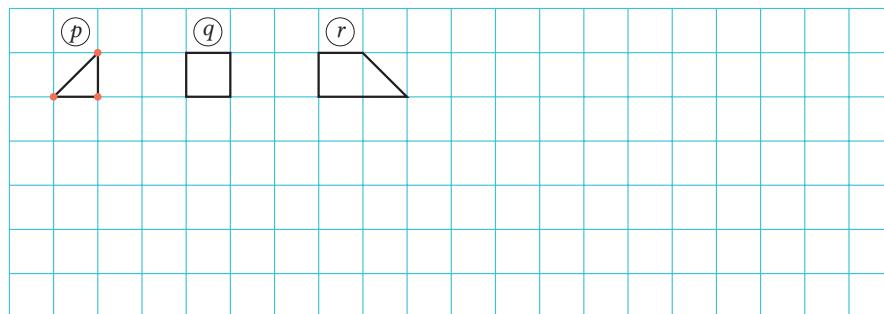
3 Bangun datar dengan dua titik latis di dalam.

1 Carilah banyaknya titik latis pada gambar ⓕ ~ ⓘ, tentukan luas daerahnya, dan tuliskan hasilnya pada tabel di bawah.

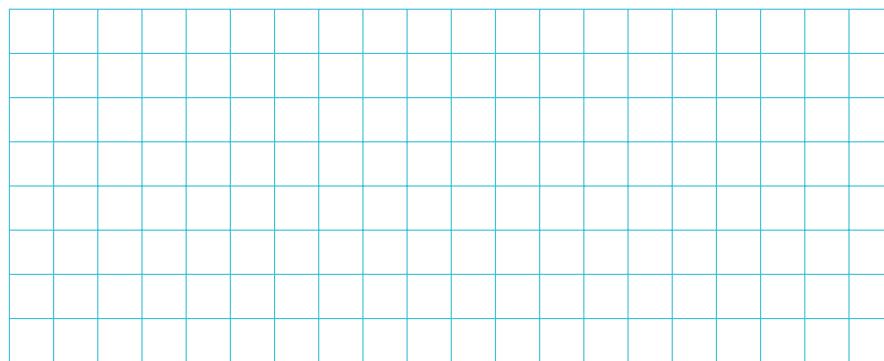
2 Buat dua gambar dengan dua titik latis di bagian dalam ⓗ dan ⓘ, dan selidiki dengan cara yang sama.

		ⓕ	ⓗ	ⓘ
Banyaknya titik latis	x (titik)			
Luas Daerah	y (cm^2)			

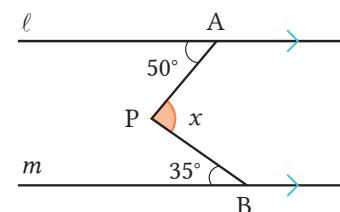
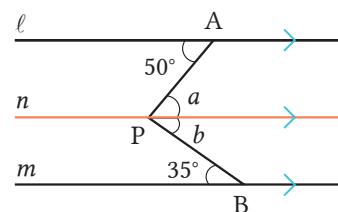
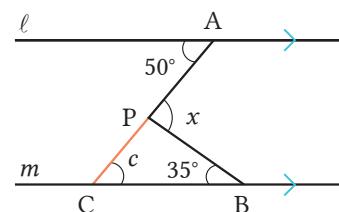
3 Nyatakan y dalam x.

4 Bangun datar dengan tiga titik latis di bagian dalam.

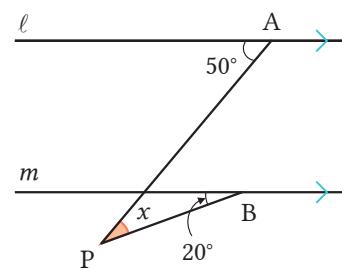
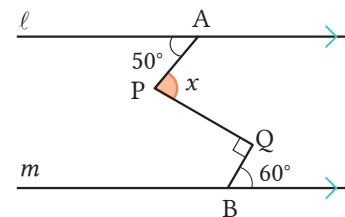
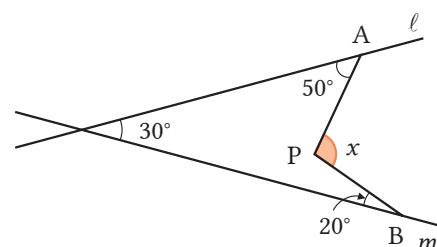
Selidiki dengan cara yang sama seperti dalam **3** dan nyatakan y dalam x.

		ⓚ	ⓛ	ⓜ
Banyaknya titik latis	x (titik)			
Luas Daerah	y (cm^2)			

5 Bangun datar tanpa titik latis di dalam.
Selidiki dengan cara yang sama seperti pada **3** dan **4** di halaman sebelumnya, dan nyatakan y dalam x.

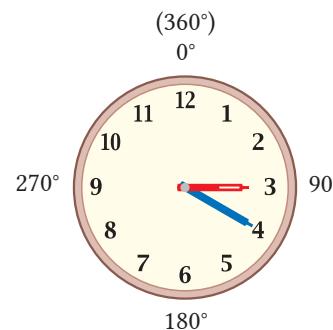
		ⓟ	ⓠ	ⓡ
Banyaknya titik latis	x (titik)			
Luas Daerah	y (cm^2)			

6 Rangkumlah hasil-hasil sebelumnya ke dalam sebuah tabel dan buat dugaan hubungan antara x dan y ketika banyaknya titik-titik latis dalam gambar meningkat menjadi 4, 5, ... Selain itu, misalkan banyaknya titik latis adalah n, dan nyatakan y dalam x dan n.

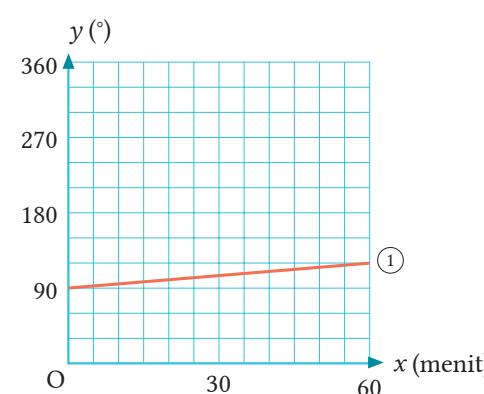
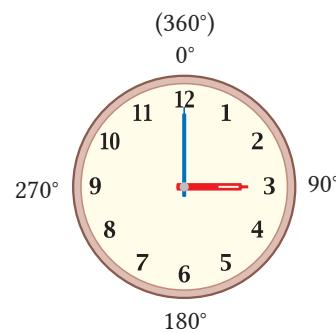
Banyaknya titik latis	Persamaan
0	
1	$y = \frac{1}{2}x$
2	
3	
⋮	⋮
n	

7 Periksa apakah bentuk aljabar yang diperoleh pada bagian **6** berlaku dengan cara membuat berbagai bentuk gambar bangun datar.

Menggambar Garis Tambahan

Bila $\ell /\!/ m$ pada gambar, carilah $\angle x$ menggunakan dua cara berbeda ① dan ②. Jelaskan bila ada metode lainnya.

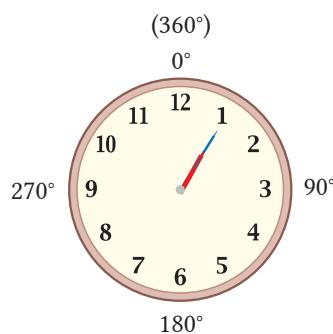
① Buat garis n yang melalui titik P dan sejajar garis m.

② Perpanjang garis AP dan misalkan perpotongannya dengan m adalah C.

Seperti yang kamu lihat dari garis n di ① dan garis PC di ②, garis-garis yang dibuat untuk mendukung pemahaman dinamakan garis-garis tambahan.

2 Jika kita sedikit mengubah kondisi soal **1**, kita dapat membuat soal lanjutan. Mari kita cari $\angle x$ ketika kondisinya diubah seperti berikut.

1 Geser titik P ke bawah garis m.

2 Tambahkan titik Q antara garis ℓ dan m.

3 Buat garis ℓ dan m berpotongan.

Garis tambahan apa yang seharusnya kita buat?

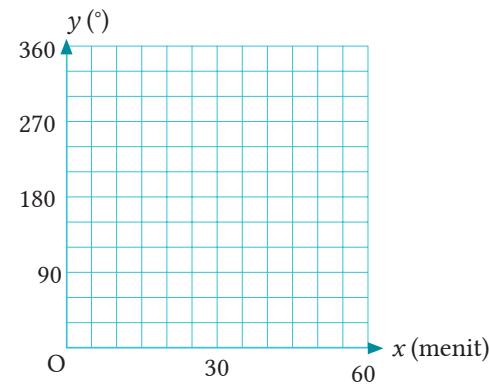
Dengan menggunakan gagasan mengubah kondisi seperti bagian **2**, mari kita buat soal-soal lanjutan dan menyelesaikannya.

Pada Waktu Kapan Kedua Jarum Jam Saling Berimpit?

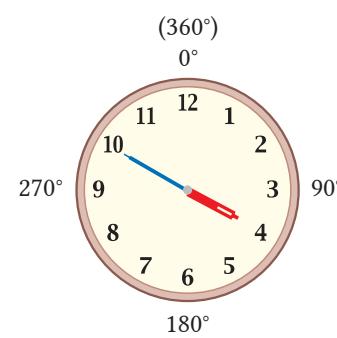
Ketika Tino menelepon sang paman untuk mengunjungi rumahnya, sang paman berkata, “Jika kamu datang tepat saat kedua jarum jam berimpit antara pukul 3.00 dan 4.00 sore, saya akan memberi cemilan kesukaanmu!” Pada pukul berapa Tino hendaknya mengunjungi rumah pamannya?

1 Mari kita pikirkan hal ini dengan urutan berikut.

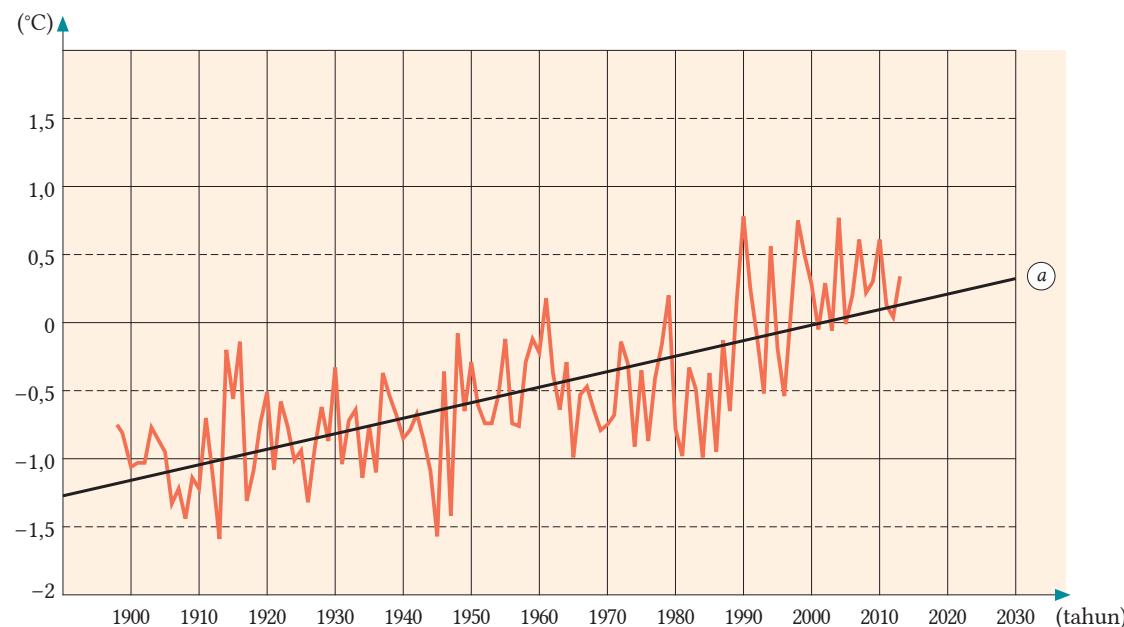
1 Berapa kali jarum jam pendek dan jarum jam panjang berputar dalam satu menit?

2 Misalkan 0° menyatakan pukul 12, dan y° menyatakan x menit setelah jam 3 sore, pergerakan jarum jam pendek dapat dinyatakan sebagai garis ① pada grafik. Mari kita gambar pergerakan jarum jam panjang pada grafik (nyatakan sebagai ②).

3 Mari kita baca waktu perkiraan ketika kedua jarum jam berimpit.

4 Tulis garis ① dan ② dan carilah waktu saat kedua jarum jam berimpit.

Mari kita ubah kondisi di halaman sebelumnya dan cobalah jawab pertanyaan-pertanyaan berikut!

2 Jarum panjang dan jarum pendek berimpit ketika pukul 12.00. Pada pukul berapa lagi keduanya akan berimpit? Mari kita cari menggunakan cara seperti pada bagian **1** di halaman sebelumnya.

3 Dua jarum jam berimpit setiap kali jarum panjang melewati jarum pendek. Berapa kali kedua jarum jam berimpit dalam sehari? Mari kita cari semua waktu ketika kedua jarum jam berimpit.

4 Pada pukul berapakah jarum panjang dan jarum pendek membentuk garis lurus antara pukul 3.00 dan 4.00? Mari kita perkirakan waktunya dari grafik di halaman sebelumnya. Mari kita cari waktu-waktu tersebut dengan perhitungan.

☞ Selain yang telah kamu selidiki, banyak pertanyaan terkait jarum panjang dan pendek dapat dibuat dengan mengubah kondisi. Buatlah soal asli buatan sendiri dan selesaikan!

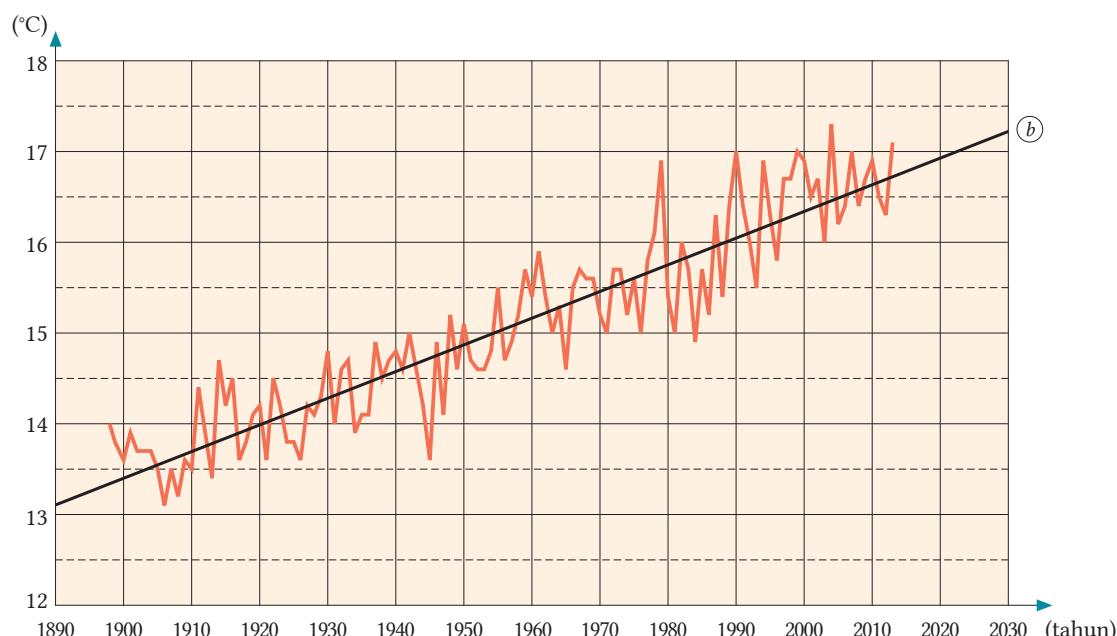
Isu-Isu Lingkungan Menggunakan Fungsi

–Perubahan Suhu Udara Tahunan–

Grafik 1 menyajikan perbedaan suhu udara dari rata-rata suhu tahunan (selisih dari suhu normal) di Jepang dari 1989 hingga 2013. Meskipun beberapa kondisi memengaruhi suhu udara, dapat dikatakan bahwa perubahannya sepanjang di atas garis ⓐ. Jadi, terdapat kecenderungan pemanasan global.

Grafik 1. Perbedaan Suhu Rata-Rata Tahunan di Jepang

Catatan Perhitungan perbedaan suhu rata-rata tahunan di Jepang berdasarkan pengamatan di 17 tempat di seluruh wilayah negeri ini. Di sini, rata-rata suhu udara selama 30 tahun dari 1981 hingga 2010 digunakan sebagai suhu normal.

1 Berapa besar peningkatan temperatur yang dapat kamu baca pada grafik selama 100 tahun antara tahun 1900 dan 2000 di negeri Jepang?

2 Mari kita diskusikan hal lain apa saja yang dapat didiskusikan berdasarkan grafik.

Terdapat banyak teori dan pendapat tentang penyebab pemanasan global. Secara umum, dikatakan bahwa peningkatan dari emisi gas rumah kaca, seperti karbon dioksida (CO_2) adalah penyebab utamanya.

Grafik 2 menunjukkan perbedaan suhu rata-rata tahunan di Tokyo (Otemachi, Chiyoda) antara 1989 dan 2013. Di wilayah perkotaan seperti Tokyo, "Efek Pulau-Panas", di mana suhu di wilayah perkotaan lebih tinggi daripada suhu di daerah pedesaan sekitarnya, telah terjadi. Penyebabnya adalah peningkatan jumlah emisi panas karena pertumbuhan populasi dan peningkatan penggunaan energi, serta akumulasi panas dalam beton dan aspal.

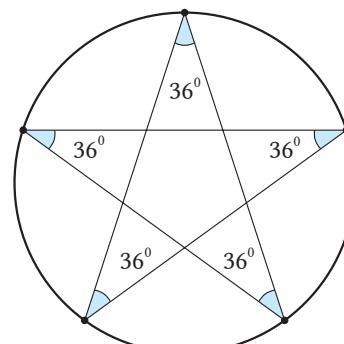
Sumber: gettyimages.com

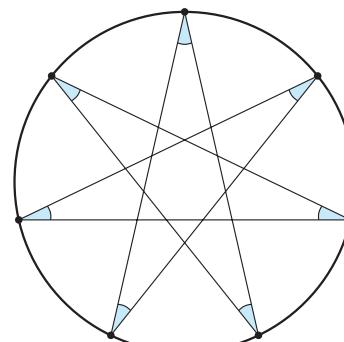
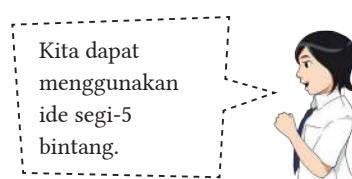
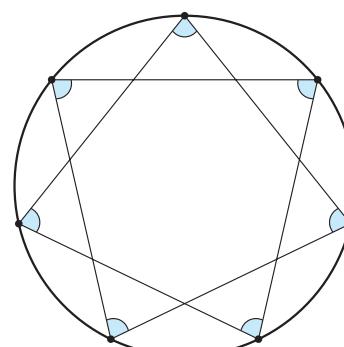
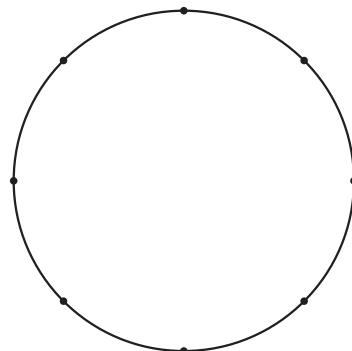
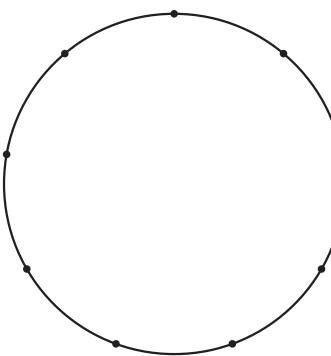
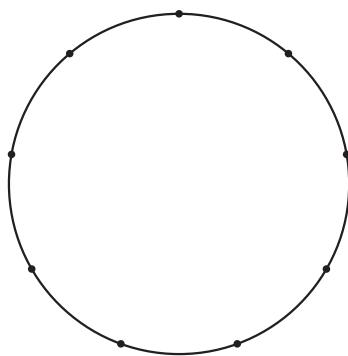
Grafik 2. Suhu Rata-Rata Tahunan di Tokyo

3 Mari kita selidiki hal-hal berikut berdasarkan Grafik 2.

1 Mari kita baca suhu rata-rata tahunan antara 1900 dan 2000.

2 Misalkan ⓑ sebuah garis yang menunjukkan perubahan suhu dan y suhu rata-rata tahunan dalam x tahun setelah 1900. Nyatakan y dalam x sebagai sebuah persamaan.

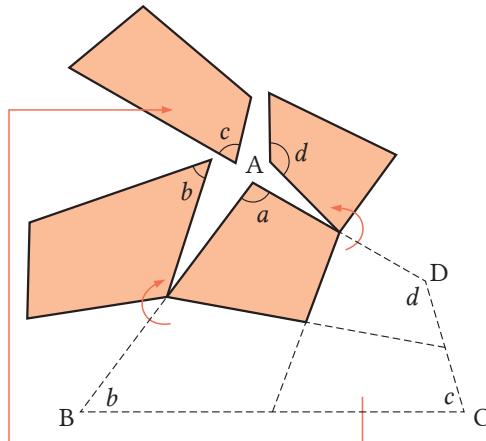
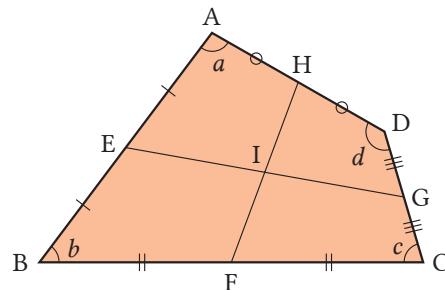
3 Andaikan perubahan suhu rata-rata tahunan yang kita selidiki di **1** adalah sebuah fungsi linear. Berapa suhu yang kita harapkan pada tahun 2050 di Tokyo?

☞ Data cuaca masa lalu di setiap wilayah Jepang dapat dibaca di "data dan dokumen" pada laman website Badan Meteorologi Jepang. Mari kita cari perubahan suhu rata-rata tahunan di wilayahmu dan buatlah grafiknya. [Japan Meteorology Agency Data and Documents http://www.jma.gp.jp/jma/menu/report.html]

Sudut Segi Banyak Bintang Beraturan

Pada gambar di sebelah kanan diberikan 5 titik pada keliling lingkaran yang ditempatkan berjarak sama satu sama lain. Dengan menghubungkan titik-titik dari titik permulaan ke titik kedua (satu titik dilewat), kemudian dihubungkan lagi ke titik lain (melewati satu titik pula) dalam arah yang sama hingga kembali ke titik semula, maka gambar yang terbentuk dinamakan segi banyak bintang beraturan.
Seperti yang telah kita selidiki di halaman 137, jumlah sudut-sudut dalam dari segi-5 bintang adalah 180°. Sehingga, satu titik sudut pada segi-5 bintang beraturan besarnya adalah 36°.

1 Gambar di sebelah kanan dibentuk dengan cara menghubungkan titik ke-3 pada keliling lingkaran yang telah dibagi menjadi 7 bagian. Carilah jumlah sudut-sudut dalam dari semua titik sudut segi banyak bintang tersebut, lalu tentukan besar sudut untuk tiap titik sudutnya.

2 Pada gambar di sebelah kanan, kita hubungkan setiap titik ke-2. Hitunglah jumlah semua sudut dalam dari segi banyak bintang tersebut, dan tentukan pula ukuran untuk tiap sudutnya.

Gambar **1** dan **2** dinamakan segi-7 bintang beraturan. Jika kita coba kemungkinan lainnya, kamu hanya akan temukan dua buah segi-7 bintang beraturan.

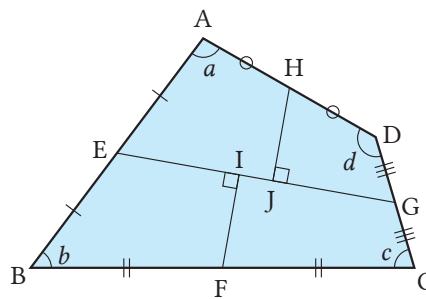
Selanjutnya, mari kita selidiki bangun yang dibentuk dengan membagi lingkaran ke dalam 8 dan 9 bagian.

Gambar di sebelah kanan menunjukkan sebuah keliling lingkaran yang telah dibagi ke dalam 8 bagian. Tanpa menghubungkan 2 titik berdekatan, bagaimana seharusnya kita hubungkan titik-titik agar kita kembali ke titik permulaan? Cari pula jumlah sudut-sudut dalam dari ke-8 titik sudut pada segi banyak bintang yang terbentuk.

4 Pada gambar berikut, keliling lingkaran telah dibagi ke dalam 9 bagian. Buatlah gambar bangunnya dan carilah jumlah semua sudut dalam dari ke-9 titik sudut pada segi banyak bintang yang terbentuk (serupa pertanyaan 3).

Gambar yang dibuat pada 3 dan 4 berturut-turut dinamakan segi-8 bintang beraturan dan segi-9 bintang beraturan. Mulai dari segi-5 bintang beraturan hingga segi-7 bintang beraturan, kesemuanya dinamakan segi banyak bintang beraturan.

Berdasarkan hal yang telah kita selidiki, rangkumlah hasil pengamatanmu tentang segi banyak bintang beraturan.

Mengubah Segi Empat

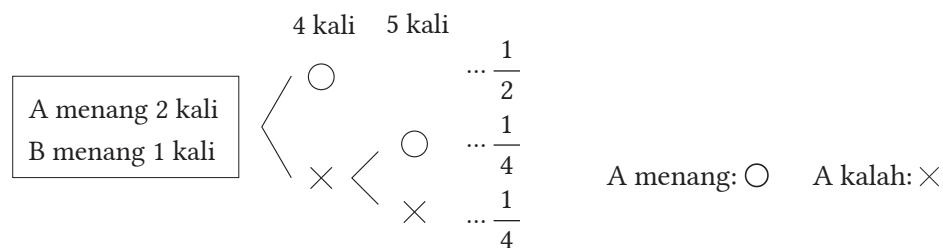
Buatlah dugaan tentang 1 dan 2 berikut dan selidiki dengan menggunakan lampiran ⑥.

1 Pada gambar berikut, misalkan titik-titik tengah dari tiap sisi segi empat ABCD berturut-turut adalah E, F, G, dan H. Potonglah segi empat ABCD sepanjang segmen EG dan HF, kemudian himpitkan sudut-sudut a, b, c, dan d di titik A. Bangun berbentuk apakah yang terjadi?

2 Ubah Gambar 1 sedikit dan misalkan ruas-ruas garis dari titik F dan H yang tegak lurus EG berturut-turut adalah FI dan HJ. Potong segi empat ABCD sepanjang segmen EG, FI, HJ dan impitkan lagi sudut-sudutnya seperti di soal 1. Lihat bangun berbentuk apakah yang terjadi?

Dapatkah kamu jelaskan mengapa hasilnya berupa segi empat lagi?

Mari Menjadi Pascal dan Fermat

Sumber: Dokumen Puskurbuk

Pascal menerima soal serupa seperti pada halaman 179 dari Chevalier de Mere. Pascal bertukar gagasan dengan Fermat melalui surat-menyurat untuk menyelesaikan soal tersebut. Andaikan A dan B memiliki peluang menang yang sama. Mari kita menjadi Pascal dan Fermat untuk memecahkan soal tersebut.

1 Dengan bertukar surat, Pascal dan Fermat menyimpulkan bahwa adalah hal yang adil untuk membagi uang berdasarkan peluang kemenangan masing-masing setelah para pemain berhenti bermain. Bila mereka bermain 3 kali, A menang 2 kali dan B menang sekali. Bila dimisalkan mereka main 5 kali, maka berapa kali A akan menang? Lengkapi diagram berikut dan selesaikan!

2 Carilah peluang A dan B memenangi permainan berdasarkan diagram pada soal **1**.

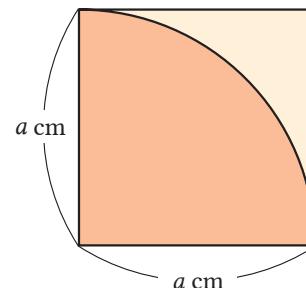
3 Mao menemukan peluang kemenangan berturut-turut untuk A dan B, dengan cara membuat diagram untuk menjawab masalah Mere. Jelaskan cara pemecahannya!

4 kali 5 kali

A menang 2 kali
B menang 1 kali

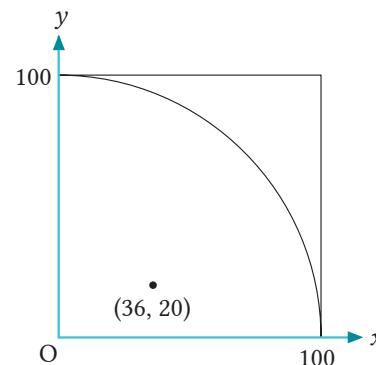
○ ... $\frac{1}{2}$

× — ○ ... $\frac{1}{4}$

× — × ... $\frac{1}{4}$

A menang: ○ A kalah: ×

4 Seperti yang ditanyakan Mere, jika kita misalkan pemenang adalah seseorang yang menang 3 kali pertama, bagaimana kita dapat membagi uang secara adil bila mereka berhenti setelah A menang 2 kali?

Mari Menggunakan Metode Monte Carlo untuk Menemukan Nilai π

Diagram pada halaman berikut menunjukkan susunan bilangan dari 0-9 secara acak dengan peluang munculnya pada diagram adalah sama. Susunan bilangan ini dinamakan “angka acak” dan tabelnya dinamakan “tabel angka acak”.

Mari kita mencari nilai π menggunakan tabel angka acak tersebut.

1 Gambar di sebelah kanan menunjukkan sebuah persegi dan sebuah juring dengan sudut pusat 90°. Mari kita cari perbandingan luas daerah kedua gambar tersebut.

2 Mari Melakukan Percobaan

Metode Percobaan

(I) Buatlah sumbu-sumbu koordinat, persegi, dan juring seperti pada gambar di sebelah kanan.

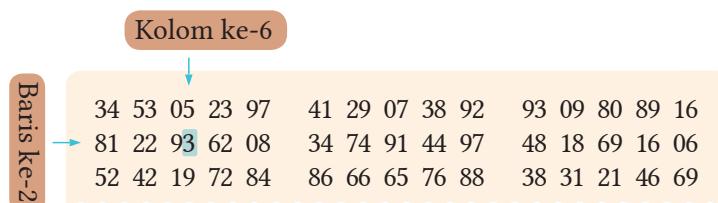
(II) Cari dua bilangan 2-angka secara berurutan pada tabel angka acak. Sebagai contoh, dalam kasus 36 dan 20, tentukan titik (36, 20) pada diagram.

(III) Ulangi langkah (II) 100 kali.

(IV) Cari banyaknya titik pada juring.

3 Coba cari nilai berdasarkan hasil **1** dan **2**. Mari kita juga pikirkan hasilnya ketika meningkatkan banyaknya percobaan.

Metode perhitungan menggunakan tabel angka acak ini dinamakan metode Monte Carlo, sebuah tempat di Kerajaan Monako, yang terkenal dengan kasinonya.

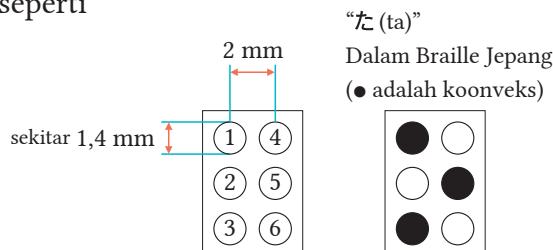
Monte Carlo, Monako
Sumber: monte-carlo.mc

Tabel Angka Acak

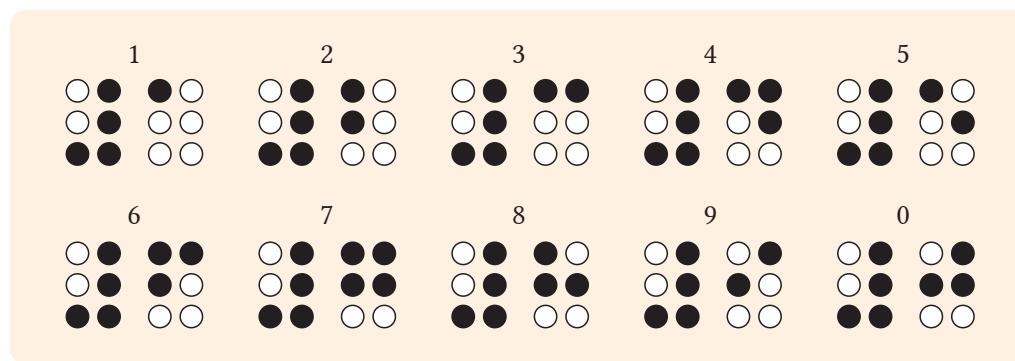
34 53 05 23 97	41 29 07 38 92	93 09 80 89 16	94 97 51 32 29	49 64 30 83 89
81 22 93 62 08	34 74 91 44 97	48 18 69 16 06	68 29 72 33 28	55 06 68 03 99
52 42 19 72 84	86 66 65 76 88	38 31 21 46 69	20 05 67 36 12	25 97 33 40 26
07 76 32 35 60	93 53 40 36 47	55 16 90 23 28	43 32 92 73 89	67 71 60 20 27
54 82 49 34 56	00 28 52 27 26	94 78 45 26 63	68 19 80 52 49	18 43 59 77 93
70 57 49 64 73	42 05 07 31 90	33 31 14 54 84	82 11 69 95 34	88 57 33 42 05
26 86 27 94 45	82 67 81 61 11	49 69 26 35 39	03 95 76 92 17	13 20 12 48 70
71 00 99 16 60	45 78 19 81 64	98 54 74 08 20	43 01 08 65 94	79 96 50 55 91
02 57 39 20 66	10 93 75 96 01	63 38 04 83 91	82 64 92 18 20	28 00 84 32 67
09 31 53 77 89	66 79 37 27 57	28 62 16 17 40	42 54 37 80 36	73 59 37 18 04
65 30 46 11 71	80 63 34 93 19	13 67 65 20 77	75 52 83 63 14	50 57 89 27 36
05 51 76 67 21	91 68 64 53 70	88 21 32 81 12	87 59 68 07 00	40 54 20 53 48
10 47 35 61 08	30 72 95 16 52	56 42 90 07 42	71 79 43 94 35	74 02 51 15 61
95 38 13 66 95	23 50 03 48 57	74 41 74 88 50	24 35 58 37 16	02 93 49 98 12
52 21 05 80 54	62 48 40 81 82	58 98 36 57 00	17 90 60 92 48	37 06 62 26 92
01 84 23 43 65	13 48 75 49 23	03 73 43 99 58	13 85 88 72 89	06 45 47 62 15
81 79 42 92 53	28 10 98 50 94	95 05 29 52 07	08 78 51 62 75	23 93 62 09 92
55 09 63 32 94	94 40 11 33 02	81 71 24 61 64	81 20 87 95 53	35 66 57 35 06
14 26 98 75 73	32 19 55 39 98	17 31 64 77 43	95 96 12 26 76	88 71 11 65 04
89 50 65 70 42	11 70 20 68 38	43 83 13 56 92	87 56 39 20 62	36 35 81 74 21

Cara Menggunakan Tabel Angka Acak (Contoh)

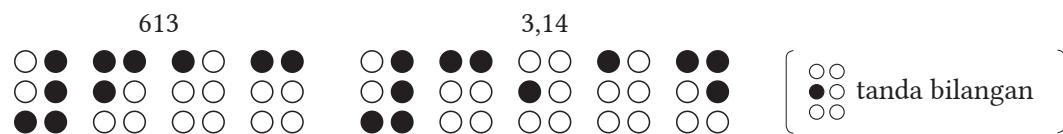
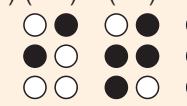
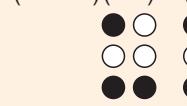
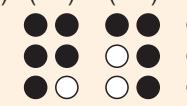
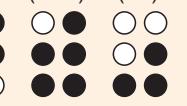
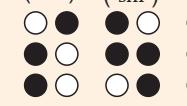
Cara untuk mengambil bilangan dua angka dari tabel:

① Tutuplah matamu dan tempatkan pensil di atas meja.

② Misalkan pensil menunjuk baris ke-2 dan kolom ke-6. Mulai dengan 3 dan bergerak ke kanan (boleh juga kalau bergerak ke atas atau ke bawah) dan ambil dua bilangan secara berurutan 36, 20, 83, 47, 49,... lanjutkan untuk mengambil bilangan 2-angka.

③ Bila kamu mencapai bagian akhir kanan tabel, bergeraklah ke kiri di baris berikutnya.

Mari Menyelidiki Sistem Braille

Di ruang-ruang publik, seperti stasiun atau bangunan-bangunan publik, terdapat tampilan-tampilan yang ditulis dalam sistem Braille. Mari kita pikirkan sistem Braille.

Braille dibuat dari kombinasi 6 proyeksi Braille, seperti ditunjukkan pada gambar di kanan.

"た (ta)"
Dalam Braille Jepang
(● adalah koonveks)

1 Dengan mengombinasikan 6 proyeksi Braille, berapa banyak karakter yang dapat dibuat?

2 Gambar berikut menunjukkan bilangan 0-9 dalam Braille. Nyatakan apa yang kamu amati tentang representasi bilangan-bilangan tersebut.

Karakter yang ditempatkan di permulaan menunjukkan bahwa itu merupakan sebuah bilangan, dan dinamakan "tanda bilangan". Sebagai contoh, 613 dan 3,14 ditunjukkan seperti berikut.

Dalam Braille Jepang, “Braille Kana” yang biasa digunakan ditunjukkan pada gambar berikut.

3 Braille dibuat dengan menggunakan aturan tertentu. Berdasarkan contoh di atas sebagai rujukan, lengkapi alfabet dalam Braille berikut.

4 Buatlah rangkuman tentang Sistem Braille yang telah kamu amati.

Mari kita cari beberapa ekspresi yang serupa dengan sistem Braille.

Apa yang Dimaksud Nilai Ekspektasi?

Di sebuah kota, toko A membuat 500 tiket undian dan toko B membuat 1.000 tiket undian, dengan hadiah yang dapat diperoleh ditunjukkan pada tabel di bawah. Jika kondisi untuk memperoleh tiket undian adalah sama, manakah yang lebih disukai?

Toko A

Peringkat	Hadiah	Banyak Tiket
1	2.000 kupon (yen)	30
2	500 kupon (yen)	70
3	100 kupon (yen)	400
Total		500

Toko B

Peringkat	Hadiah	Banyak Tiket
1	5.000 kupon (yen)	20
2	500 kupon (yen)	70
3	100 kupon (yen)	910
Total		1000

Biaya total tiket undian di toko A adalah

$2.000 \times 30 + 500 \times 70 + 100 \times 400 = 135.000.$

Karena ada 500 tiket undian, biaya rata-rata tiap tiket adalah 135.000 : 500 = 270.

Oleh karena itu, biayanya 270 yen.

1 Carilah harga rata-rata tiap tiket undian di toko B, kemudian bandingkan dengan di toko A, yaitu 270 yen.

Seperti yang sudah kita selidiki di , dengan membandingkan harga rata-rata tiap tiket, kita telah menemukan bahwa tiket undian di toko A lebih disukai.

Apa yang telah kita selidiki hingga saat ini, harga rata-rata tiap tiket dinamakan nilai ekspektasi.

Di halaman sebelumnya, perhitungan nilai ekspektasi dari tiket undian toko A adalah...,

$$\frac{2.000 \times 30 + 500 \times 70 + 100 \times 400}{500} = 270$$

Namun demikian, hal tersebut dapat ditulis ulang seperti berikut.

$$2.000 \times \frac{300}{500} + 500 \times \frac{70}{500} + 100 \times \frac{400}{500} = 270$$

Ruas kiri persamaan adalah jumlah dari hasil kali setiap hadiah dan peluang memperoleh setiap hadiah.

2 Skormu bergantung pada hasil yang kamu peroleh ketika melempar dadu. Dalam kasus ini, peluang memperoleh tiap bilangan dari 1 sampai dengan 6 adalah $\frac{1}{6}$. Oleh karena itu, dapat ditunjukkan bahwa nilai ekspektasi pelemparan dadu dalam bentuk pernyataan adalah sebagai berikut.

$$1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6}$$

Hitunglah ekspresi di atas dan carilah nilai ekspektasi dari skor-skor.

Banyaknya hadiah pemenang, peringkat, dan hadiah, serta angka pemenang undian suatu tahun ditunjukkan pada tabel berikut. Carilah nilai ekspektasi dari hadiah undian ini.

Peringkat	Banyaknya Hadiah	Angka Kemenangan
1	500.000.000	60 poin
Hadiah dengan satu nomor sebelum dan setelah peringkat 1	100.000.000	120 poin
Hadiah dengan kumpulan berbeda dengan pemenang 1	100.000	5.940 poin
Hadiah ke-2	1.000.000	1.800 poin
Hadiah ke-3	300.000	6.000.000 poin
Hadiah ke-4	30.000	60.000.000 poin
Spesial Malam Tahun Baru	50.000	180.000 poin

Perhitungan SMP Kelas VIII

1 Hitunglah.

(1) $(-8) + 10$ (2) $(-4) + (-7)$ (3) $5 - (-3)$

(4) $(-1{,}7) - 0{,}8$ (5) $(-\frac{3}{4}) + (\frac{1}{3})$ (6) $(-\frac{3}{5}) - (-\frac{1}{2})$

(7) $5 - 12$ (8) $-4 + 9 - 1$ (9) $-\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$

(10) $3 - (-7) + (-9)$ (11) $-5 + (-2) - 6 - (-8)$

2 Hitunglah.

(1) $(-3) \times 7$ (2) $(-5) \times (-9)$ (3) $(-2) \times 0$

(4) $(\frac{-5}{3}) \times 6$ (5) $(-8)^2$ (6) -8^2

(7) $(-42) : (-6)$ (8) $0 : (-5)$ (9) $(-\frac{3}{5}) : 6$

(10) $\frac{4}{9} : (-\frac{2}{3})$ (11) $(-12) : (-4) \times 5$ (12) $\frac{5}{8} : (-\frac{1}{4}) \times \frac{3}{10}$

(13) $8 + 24 : (-6)$ (14) $-7 \times (-8 - 1) - 30$ (15) $48 : (-4)^2$

3 Hitunglah.

(1) $5x + x$ (2) $3x - 8x$ (3) $-4a - 2 + 5a - 7$

(4) $(x + 1) + (8x - 4)$ (5) $(x + 1) + (8x - 4)$ (6) $(-4) \times 9x$

(7) $\frac{2}{3}x \times 15$ (8) $(6x + 5) - (8x - 2)$ (9) $4(2a - 4)$

(10) $(x - 5) \times (-6)$ (11) $(9x - 15) : 3$ (12) $(4x - 16) : \frac{4}{5}$

(13) $3(2x - 3) - 5(x - 2)$ (14) $\frac{1}{4}(-x - 6) + \frac{3}{8}(3x - 12)$

4 Hitunglah.

(1) $x - 6 = -2$ (2) $-6x = 54$ (3) $\frac{8}{3}x = 24$

(4) $9x + 5 = -4$ (5) $-2x = -14 + 5x$ (6) $7x - 15 = x$

(7) $8x - 11 = 5x - 2$ (8) $-7x - 6 = 2x + 12$

(9) $6(x + 4) = 4(x - 3)$ (10) $0{,}5x + 2 = 0{,}7x - 1$

(11) $-\frac{2}{3}x - 7 = \frac{5}{6}x + 2$ (12) $\frac{x + 3}{2} = \frac{4x - 3}{5}$

(13) $24 : 6 = 8 : x$ (14) $2 : 5 = (x - 2) : (x + 7)$

Bab 1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar

1 Hitunglah.

(1) $7a - 8b - 3a + 6b$

(2) $-2x + 5y + 8 - 6x - 3y$

(3) $(6a + 4b) + (-8a + 5b)$

(4) $(-5x^2 + 3x - 8) - (2x^2 - 7x + 1)$

(5)
$$\begin{array}{r} -5x + 3y - 6 \\ 6x + 4y - 3 \\ \hline \end{array} +$$

(6)
$$\begin{array}{r} 3x^2 + x - 8 \\ 9x^2 \quad\;\; + 8 \\ \hline \end{array} -$$

2 Hitunglah.

(1) $3(5x - 7y + 4)$

(2) $(8x - 16y) : (-4)$

(3) $7(-3a + 2b) + 2(8a - 5b)$

(4) $4(6x - 9y) - 5(2x - 4y)$

(5) $\frac{2}{3}(2x - 4y) + \frac{3}{4}(-2x - y)$

(6) $\frac{3a - 4b}{2} - \frac{7a - 3b}{5}$

3 Hitunglah.

(1) $7a \times (-2b)$

(2) $6x^2 \times 3x$

(3) $a \times 16a^2$

(4) $-\frac{3}{4}xy \times 8x$

(5) $12ab : (-3b)$

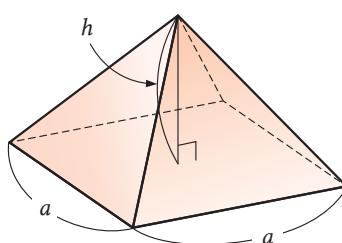
(6) $15x^2 : \frac{5}{4}x$

(7) $3a^2 \times 4a : 6ab$

(8) $9xy^2 : (-3xy) \times 7x^2y$

(9) $(-2a)^2 : \frac{4}{3}a^2b^3 \times 3b^3$

(10) $(-8x^5y^4) : (-\frac{2}{3}x^3y) : (-\frac{12}{5x^3y})$

4 Hitunglah.

(1) Carilah nilai dari $-4(x + 3y) - 2(2x - 5y)$ bila $x = 2$, $y = -3$.

(2) Carilah nilai dari $3a^2b \times ab : (-4a^2)$ bila $a = -4$, $b = 5$.

(3) Carilah nilai dari $(-2a)^3 : a^4b \times (-6a^3b^2)$ bila $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{6}$.

5 Jelaskan dengan menggunakan bentuk aljabar mengapa jumlah 3 bilangan genap berurutan, seperti 2, 4, dan 6 hasilnya adalah kelipatan 6.

6 Rumus

$$V = \frac{1}{3}a^2h$$

digunakan untuk menentukan volume sebuah limas. Tuliskan rumus tersebut dalam h.

1 Selesaikan sistem-sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + 2y = 12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x - 3y = 18 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ -3x + 5y = 17 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 3x + y = -3 \\ y = -4x - 6 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x = 2y - 1 \\ -2x + 7y = 11 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ 2x = 2y + 16 \end{cases}$

2 Selesaikan sistem-sistem persamaan berikut.

(1) $\begin{cases} 4(2x - 1) + 3y = 3 \\ -5x - 3(3y + 1) = 14 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0{,}7x - 0{,}3y = 3 \\ -9x + 6y = -30 \end{cases}$

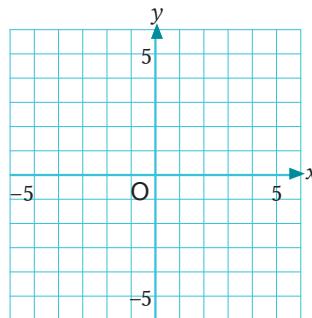
(3) $\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = -6 \\ 5x + 4y = -16 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{3x + y}{2} - \frac{x + 3y}{4} = -2 \\ 2x - 3y = 15 \end{cases}$

(5) $7x - 3y = 5x + y = 22$ (6) $6x + y = 5x - y = 4x + 9$

3 Jika kedua sistem persamaan berikut memiliki jawaban yang sama, tentukan nilai *a* dan *b*.

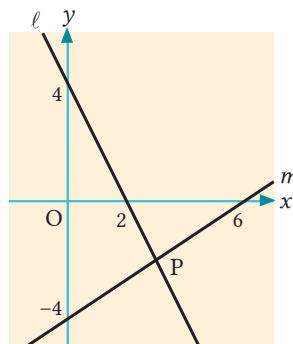
$\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ ax - by = -2, \end{cases} \begin{cases} 4x - y = 9 \\ bx + ay = 11 \end{cases}$

4 Sebuah tangki berkapasitas 600 liter akan diisi air oleh pipa A dan B. Bila pipa A dibuka selama 30 menit dan kemudian pipa B dibuka selama 60 menit, maka tangki akan penuh. Selain itu, tangki akan penuh bila pipa A digunakan selama 60 menit dan kemudian pipa B selama 20 menit. Tentukan banyaknya air pada masing-masing pipa A dan pipa B.

5 Untuk membuat 700 g air garam, 8% dan 15% air garam harus dicampur. Tentukan berapa gram tiap jenis air garam yang dicampur tersebut.

6 A dan B mengelilingi danau, A menggunakan sepeda dan B berjalan kaki. A dan B berangkat bersama dan dari titik yang sama, tetapi berlawanan arah. Mereka bertemu pertama kali setelah 30 menit. Jika mereka bergerak searah, A akan bertemu B dalam waktu 1 jam setelah berangkat bersama di awal. Carilah berturut-turut kecepatan A dan B.

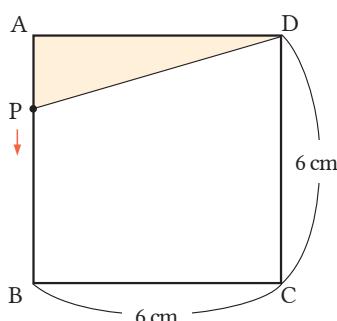
1 Untuk persamaan linear $y = -2x - 7$, tentukan banyaknya peningkatan dalam y bila peningkatan dalam x adalah 5.

2 Gambarkan grafik tiap persamaan linear pada bidang di sebelah kanan.

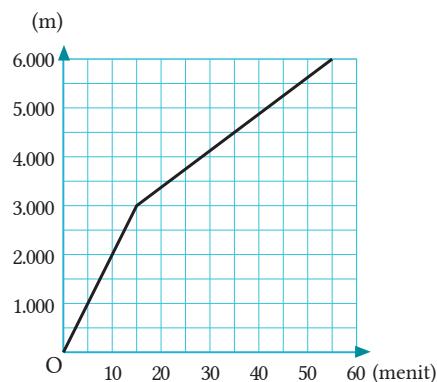
(1) $y = -3x + 4$ (2) $y = \frac{3}{4}x - 2$

3 Tentukan persamaan garis untuk tiap kondisi berikut.

(1) Garis melalui titik (4, 5) dan memiliki gradien $-\frac{1}{2}$.

(2) Garis melalui titik (−4, 3) dan (1, −2).

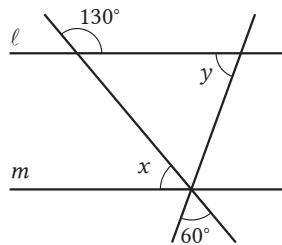
(3) Garis melalui titik (2, −6) dan sejajar dengan garis $y = 2x - 9$.

4 Berdasarkan diagram, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

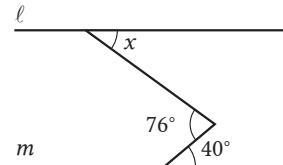
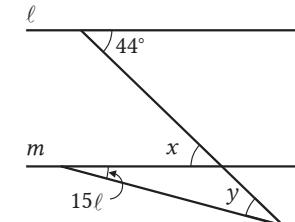
(1) Carilah persamaan garis ℓ dan m.

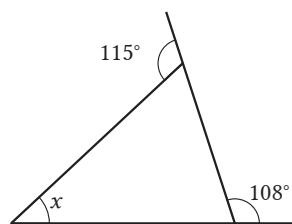
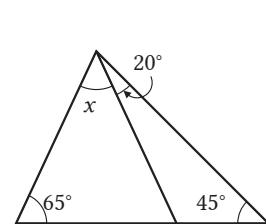
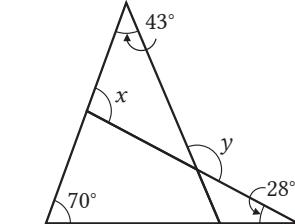
(2) Carilah koordinat titik potong P dari garis ℓ dan m.

5 Persegi panjang ABCD pada gambar sebelah kanan. Titik P bergerak sepanjang sisi-sisi dengan kecepatan 2 cm/detik dari titik A ke D melalui B dan C. Misalkan luas daerah segitiga PDA adalah y m^2. Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Nyatakan y dalam x bila $6 \le x \le 9$.

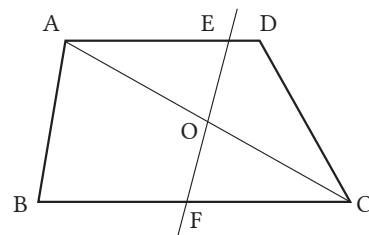
(2) Setelah berapa detik luas daerah segitiga PDA adalah 12 cm^2?

6 Mao pergi dari rumah dengan sepeda menuju taman yang jaraknya 6.000 meter dari rumah. Ia dan kawannya berjalan bersama dari tempat mereka bertemu. Grafik di sebelah kanan menunjukkan hubungan antara waktu dan jarak dari rumah Mao. Jawablah setiap pertanyaan berikut.

(1) Berapa menit setelah pergi dari rumah dan berapa jauh dari rumah Mao bertemu temannya?

(2) Tentukan kecepatan bersepeda Mao dan kecepatan saat ia berjalan kaki.

1 Bila $\ell /\!/ m$ pada tiap gambar berikut, tentukan $\angle x$ dan $\angle y$.

(1)

(2)

(3)

2 Pada tiap gambar berikut, tentukan $\angle x$.

(1)

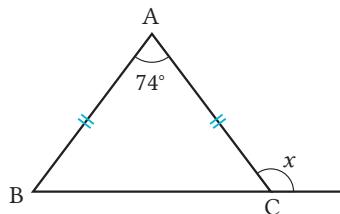
(2)

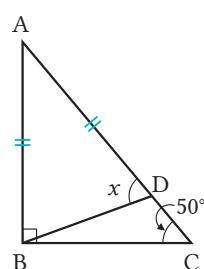
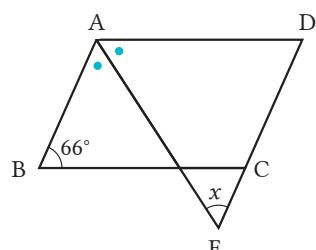
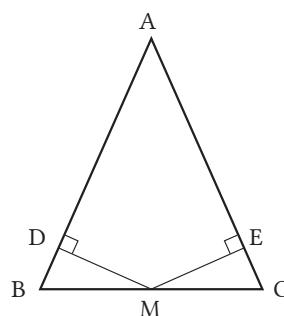
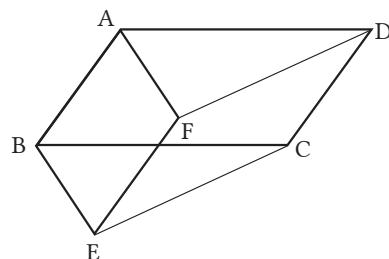
(3)

3 Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut.

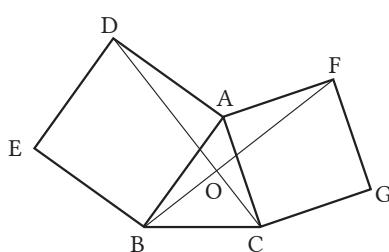
(1) Segi banyak apa yang memenuhi sifat bahwa jumlah sudut-sudut dalamnya adalah 1.080°?

(2) Tentukan besar sudut dalam dari segi-9 beraturan.

(3) Segi banyak apakah yang memiliki sudut luar sebesar 24°?

4 Pada trapesium ABCD dengan AD//BC, misalkan E dan B berturut-turut merupakan titik-titik potong garis AD dan BC, yang melalui titik tengah O pada AC. Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Tentukan bagian pengandaian dan kesimpulannya.

(2) Buktikan.

1 Untuk tiap gambar berikut, carilah $\angle x$.

(1) AB = AC

(2) AB = AD

(3) ABCD adalah jajargenjang, AE garis bagi BAD

2 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, misalkan M adalah titik potong antara dua garis ME dan MD yang berturut-turut tegak lurus AC dan AB, dengan M adalah titik tengah AB. Jika BMD = CME, buktikan bahwa ABC merupakan segitiga sama kaki.

3 Pada gambar di sebelah kanan, ABCD dan ABEF keduanya adalah jajargenjang. Buktikan bahwa FECD juga merupakan jajargenjang.

4 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, persegi ABED dan persegi ACGF digambar di luar segitiga ABC. Jawablah tiap pertanyaan berikut.

(1) Buktikan bahwa DC = BF.

(2) Misalkan O adalah titik potong DC dan BF, carilah $\angle$BOC.

1 Ketika melakukan percobaan dengan melempar tutup botol seperti pada gambar di kanan, frekuensi relatif dari tutup botol telungkup mendekati 0,24; dan tutup botol telentang mendekati 0,57. Berapakah peluang posisi tutup botol tidak telungkup ataupun tidak telentang?

telungkup

telentang

2 Terdapat 20 kartu bernomor 1-20. Bila sebuah kartu diambil dari tumpukan kartu yang telah dikocok, tentukan peluang bahwa nomor kartu yang terambil adalah

(1) Kelipatan 3 (2) Lebih besar dari 12

3 Terdapat 5 kartu bernomor 1-5. Diambil 2 kartu satu per satu, dan ditempatkan dari kanan ke kiri untuk memperoleh bilangan dua-angka. Carilah peluang bahwa bilangan dua-angka itu adalah ganjil.

4 Tentukan peluang bila dadu besar dan dadu kecil dilempar bersama.

(1) Kedua mata dadu sama.

(2) Hasil kali kedua mata dadu ganjil.

(3) $\frac{a}{b}$ adalah bilangan ganjil, bila a mata dadu dari dadu besar dan b mata dadu dari dadu kecil.

5 Carilah peluang untuk situasi-situasi berikut bila 2 kelereng diambil dari sebuah kantong berisi 3 kelereng merah: 2 putih dan 1 biru.

(1) Pengambilan 2 kelereng merah

(2) Pengambilan 2 kelereng putih

(3) Pengambilan paling sedikit 1 merah

6 Seperti ditunjukkan pada gambar di sebelah kanan, terdapat 5 kursi bernomor 1~5. Yuni dan Diki keduanya akan mengambil sebuah kartu dari setumpuk kartu bernomor 1~5, dan duduk pada kursi bersesuaian dengan nomor tersebut. Tentukan peluang bahwa mereka akan duduk berdampingan.

Jawaban untuk Mari Mencoba

halaman 126

① Pilih titik A pada garis ℓ dan buat lingkaran dengan jari-jari AP. Misalkan B titik potong lingkaran dengan garis ℓ.

② Dengan menggunakan titik P sebagai pusat, buat lingkaran dengan jari-jari AP.

③ Cari panjang BP.

④ Dengan menggunakan titik P sebagai pusat, buat lingkaran dengan jari-jari BP dan misalkan Q adalah titik potong antara lingkaran ini dengan lingkaran yang digambar di (2).

⑤ Buat garis PQ.

PB = AQ ①

BA = QP ②

Karena keduanya sama panjang, PA = AP ③

Berdasarkan ①, ②, dan ③, semua pasangan sisi berkorespondensi adalah sama,

$\angle PBA \cong \angle AQP$

Dalam bangun geometri yang kongruen, sudut-sudut yang bersesuaian adalah sama besar, $\angle BAP = \angle QPA$. Karena sudut dalam berseberangan sama, maka $AB /\!/ PQ$.

halaman 128

$\angle x = 130°$

Jawaban Penguatan

1 Menyederhanakan Bentuk Aljabar h.15

1
(1) $9x + 8y$ (2) $-6a + 3b$
(3) $6a^2$ (4) $x^2 - 2x + 1$
(5) $-2a + 9b$ (6) $2x^2 - 5x$
(7) $6x - 10y$ (8) $-8x^2 + 14x - 2$
(9) $5x - 4y - 9$ (10) $-9x + 15y$

2
(1) $12a - 10b + 2$ (2) $-27x + 12y$
(3) $5a + 4b$ (4) $-4x + 6y$

3
(1) $9a$ (2) $7x - 3y$
(3) $x + 2y$ (4) $5a + 7b$
(5) $6x - 2y - 2$ (6) $\frac{-a - 3b}{12}$
(7) $\frac{11a - b}{24}$ (8) $\frac{5x + 7y}{6}$
(9) $\frac{x - 5y}{2}$

4
(1) $-45ab$ (2) $10xy$
(3) $21x^3$ (4) $49a^2$
(5) $-4a^2b$ (6) $2y$
(7) x^2 (8) $8x$
(9) $\frac{x^2}{2y}$ (10) $-5a^2$

5
(1) 1 (2) -20
(3) 2

2 Sistem Persamaan h.43

1
(1) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$
(7) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$
(9) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases}$

2
(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 2 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

3
(1) $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -6 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -\frac{4}{9} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$

(7) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

Jawaban terhadap Soal Ringkasan

Bab 1 | Menyederhanakan bentuk Aljabar

h.23 ~ 26

Gagasan Utama

1 (1) ⓑ, ⓓ (2) ⓐ, ⓒ, ⓓ

2 (1) $9a^2 + 4a$ (2) $-5x - y + 5$
(3) $7a - 4b$ (4) $-x + 6y$

3 (1) $-5x + y$ (2) $2a - 2b$
(3) $-3x + 19y$ (4) $\frac{7x + 5y}{12}$
(5) $28xy$ (6) $-6a^3$
(7) $81x^2$ (8) $-4a$
(9) $14y$ (10) $2x$

4 (1) $18xy \div 3x \times 2y$
$= 18xy \times \frac{1}{3x} \times 2y$
$= \frac{18xy \times 2y}{3x}$
$= 12y^2$

(2) $6ab \div (-\frac{2}{3}a)$
$= 6ab \times (-\frac{2}{3a})$
$= -9b$

5 (1) -60 (2) 17

6 Di antara 3 bilangan bulat dengan selisih 3, misalkan yang terkecil adalah n. Bilangan bulat dengan selisih 3 dinyatakan dalam n, $(n + 3)$, $(n + 6)$. Jumlahnya adalah,
$n + (n + 3) + (n + 6)$
$= 3n + 9$
$= 3(n + 3)$

$n + 3$ adalah bilangan bulat. Oleh karena itu, jumlah 3 bilangan bulat dengan selisih 3 adalah kelipatan 3.

7 (1) $y = \frac{10 - 3x}{2}$ (2) $c = \frac{7a - 4b}{3}$

Penerapan

1 (1) $\frac{1}{6}x + \frac{3}{2}y$ (2) $\frac{x - 3y}{4}$
(3) $\frac{2a^3}{b}$ (4) $-\frac{15x^3}{y^2}$

2 $3x^2 - 4x - 12$

3 Volume tabung A adalah $\pi r^2 h$.
Volume tabung B adalah
$\pi \times (2r)^2 \times \frac{1}{2}h = 2\pi r^2 h$.
Jadi, volume tabung B dua kali tabung A.

4 Tiga bilangan terletak segaris vertikal dalam kalender, misalkan yang di tengah adalah n. Tiga bilangan seletak vertikal dinyatakan dengan
$(n - 7) + n + (n + 70) = 3n$.
Karena n adalah bilangan di tengah, $3n$ adalah tiga kali bilangan di tengah. Oleh karena itu, jumlah tiga bilangan seletak vertikal dalam kalender adalah tiga kali bilangan di tengah.

Penggunaan Praktis

1 $100a + 10b + c$, $100c + 10b + a$,
$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$
$= 99a - 99c$
$= 99(a-c)$
Karena $a - c$ bilangan bulat, maka $99(a - c)$ adalah kelipatan 99.

2 ⓑ, ⓔ, ⓕ

3 Pada bilangan empat angka, misalkan angka ribuan adalah a, ratusan b, puluhan c, dan satuan d.
Bilangan asli empat angkanya adalah.... Jika angka pada ribuan dan pada satuan ditukar, bilangan asli yang baru dapat dinyatakan dengan .... Selisih antara kedua bilangan adalah,
$(1000a + 100b + 10c + d) - (1000d + 100b + 10c + a)$
$= 999a - 999d$
$= 999(a - d)$

Karena a-d adalah bilangan bulat, maka 999 (a-d) adalah kelipatan dari 999. Sehingga, selisih antara bilangan 4-angka yang asli dengan bilangan yang angka ribuannya ditukar dengan satuannya juga kelipatan dari 999.

Bab 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

h.53 ~ 55

Gagasan Utama

1 (1) Iya

(2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4, \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

2 (1) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$

3 Misal biaya masuk untuk dewasa x dan peserta didik SMP y yen, ...

$\begin{cases} x + 3y = 1.550 \\ 2x + 5y = 2.750 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 500 \\ y = 350 \end{cases}$

Jawab: 500 untuk dewasa, 350 untuk peserta didik SMP.

4 Misal panjang persegi panjang x cm, dan lebarnya y cm ....

$\begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ 4x = 3y \end{cases}$

$\begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$

Jawab: panjang 6 cm, lebar 8 cm

5 Diabaikan

Penerapan

1 (1) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x = -6 \\ y = 7 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

2 $a = -1$, $b = 2$

3 Misal usia ayah sekarang x, usia anak y, ...

$\begin{cases} x = 3y \\ x + 15 = 2(y + 15) \end{cases}$

$\begin{cases} x = 45 \\ y = 15 \end{cases}$

Jawab: Usia ayah 45, anak 15 tahun.

4 Misal populasi laki-laki tahun lalu x, populasi perempuan y, ...

$\begin{cases} -0{,}02x + 0{,}04y = 48 \\ x + y = 5.373 - 48 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2.750 \\ y = 2.575 \end{cases}$

Jawab: Laki-laki 2.750, Perempuan 2.575

5 Misal jarak kota A ke puncak x km, dan jarak puncak ke kota B y km,

$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 1\frac{40}{60} \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Jawab: 4 km

6 Misal bilangan asli dengan angka puluhan x, dan angka satuan y, ...

$\begin{cases} x + y = 12 \\ 10y + x = (10x + y) + 18 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$

Jawab: 57

Penggunaan Praktis

1 (1)

(2) ⓒ, ⓔ

(3) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ x + 3y = 23 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases}$

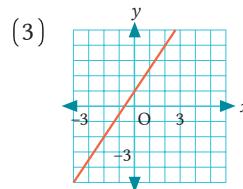
Bab 3 | Fungsi Linear

h.92 ~ 95

Gagasan Utama

1 ⓐ, ⓑ, ⓓ

2 (1) $\frac{2}{3}$ (2) 6

(3) $-3 \leq y \leq 3$

3 (1) $y = 4x - 3$ (2) $y = 2x + 5$

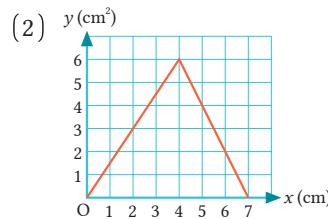
(3) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

4 (1) ① $y = -2x + 4$

② $y = \frac{2}{3}x - 3$

(2) $(-\frac{21}{8}, -\frac{5}{4})$

(3)

5 (1) 12 cm (2) Dalam 24 menit

Penerapan

1 (1) Rencana A lebih murah 400 rupiah.

(2) Pada rencana A, $y = 50x + 1.600$ untuk domain $x \geq 0$.

Pada rencana B, $y = 3.600$ untuk domain $0 \leq x \leq 25$, dan $y = 40x + 2.600$ untuk domain $x > 25$.

(3) 100 menit

2 (1) jika 0,x,4, $y = \frac{3}{2}x$

jika 4,x,7, $y = -2x + 14$

(2)

Penggunaan Praktis

1 (1) Perpotongan antara percetakan B dan C pada grafik, 50 buku

(2) 25 buku

(3) Percetakan A ... $y = 1.000x$,

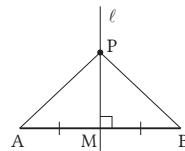
Percetakan B ... $y = 600x + 10.000$,

Percetakan C... bila $0 < x$, 60, $y = 40.000$

(4) Di antara tiga grafik, pilih percetakan dengan nilai y terkecil ketika nilai x adalah 46.

Bab 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

h.130 ~ 132

Gagasan Utama

1 (1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 130°$

(2) $\angle x = 55°$, $\angle y = 100°$

(3) $\angle x = 70°$

2 (1) $\angle x = 55°$ (2) $\angle x = 45°$

(3) $\angle x = 55°$

3 (1) 120° (2) 36° (3) heptagon

4 (1) (Pengandaian) AB = AD, ∠ABC = ∠ADE

(Kesimpulan) BC = DE

(2) ΔABC dan ΔADE

(3) ΔABC dan ΔADE

ΔABC dan ΔADE. Dalam kedua segitiga ini, dari pengandaian, AB = AD ①

ΔABD = ΔADE ②

Karena sudut bersama, maka , ∠A =∠A ③

dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka ΔABC ≡ ∠ADE. Sisi-sisi bersesuaian akan sama panjang, jadi BC = DE.

Penerapan

1 (1) $\angle x = 105°$ (2) $\angle x = 68°$

(3) $\angle x = 90°$

2 $\angle x = 56°$

3 [1]

[2] (Pengandaian) AB = ABM, PM⊥AB)(ℓ⊥AB)

(Kesimpulan) PA = PB

[3] (Bukti) Dalam ΔPAM dan ΔPBM, dari pengandaian, AM = PM ①

∠PMA = ∠PMB = 90° ②

Karena sisi bersama, maka PM = PM ③

Dari ①, ②, dan ③

Aturan sudut-sisi-sudut, maka $\triangle PAM \equiv \triangle PBM$. Akibatnya, sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, sehingga PA = PB.

4 Pada $\triangle AED$ dan $\triangle FEC$, dari pengandaian, DE = CE ① Sudut dalam berseberangan sama besar dan AC//CF, sehingga $\angle ADE = \angle FCE$ ② Sudut bertolak belakang sama besar, sehingga $\angle AED = \angle FCE$ ③ Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle AED \cong \triangle FEC$. Sisi bersesuaian dari bangun geometri kongruen adalah sama, jadi AE = FE.

Penggunaan Praktis

1 (1) Pada $\triangle ACB$ dan $\triangle DCE$, dari pengandaian, AC = DC ① $\angle A = \angle D = 90°$. Sudut bertolak belakang besarnya sama, sehingga $\angle ACB = \angle DCE$ ③ Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle ACB \cong \triangle DCE$. Sisi bersesuaian dari bangun geometri kongruen adalah sama, jadi AB = DE.

(2) ⓑ

Bab 5 | Segitiga dan Segi Empat

h.164 ~ 166

Gagasan Utama

1 (1) Sudut Puncak

(2) Sudut lancip bersesuaian, sisi lain

(3) Titik tengah diagonal

(4) Segi empat dengan semua sudutnya sama

2 (1) 72°

(2) Segitiga sama kaki

(Alasan) $\angle BCD = \angle BDE = 72°$

3 (1) Dalam $\triangle ABE$ dan $\triangle CDF$, dari pengandaian, $\angle AEB = \angle CFD = 90°$ ①

Sudut dalam berseberangan besarnya sama dan AB∥DC sehingga $\angle ABE = \angle CDF$ ② Sisi berhadapan dari jajargenjang sama panjang, jadi AB = CD ③ Dari ①, ②, dan ③, karena sudut lancip besarnya sama, maka $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

(2) CF, sudut dalam berseberangan, FC, sepasang sisi berhadapan adalah sejajar dan sama panjang.

4 (1) Dalam $\triangle ACQ$ dan $\triangle PC$, dari pengandaian, AC = PC, CQ = CB ① Sudut dalam dari segitiga sama sisi adalah 60°,

$\angle ACQ = \angle ACP + \angle PCQ = 60° + \angle PCQ$.

$\angle PCB = \angle PCQ + \angle QCB = \angle PCQ + 60°$.

Jadi, $\angle ACQ = \angle PCB$ ③

Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sudut-sisi-sudut, maka $\triangle ACQ \cong \triangle PCB$. Sisi bersesuaian akan sama panjang, jadi AQ = PB.

(2) 60°

Penerapan

1 Persegi panjang, persegi

2 (1) 1 : 2 (2) $\triangle BQC$

3 Dari pengandaian, AR//QP, AR//RP, segi empat ARPQ adalah jajargenjang. Sisi berhadapan jajargenjang sama panjang, jadi PQ = RA ①
Sudut bersesuaiannya sama besar,
dan P//CA, $\angle BPR = \angle C$ ②
Karena $\triangle ABC$ sama kaki, maka $\angle B = \angle C$ ③
Dari ② dan ③, $\angle B = \angle BPR$, sehingga BR = PR ④
Dari ① dan ④, PQ + PR = RA + BR = AB

Penggunaan Praktis

1 (1) ⓐ

(2) Pada $\triangle FDC$, dari pengandaian, $\angle DCB = \angle DCF$ ① Sudut dalam berseberangan besarnya sama dan $DF /\!/ BC$, jadi $\angle DCB = \angle FDC$ ② Dua sudut sama besar, sehingga $\triangle FDC$ sama kaki. Jadi, FC = FD.

(3) ⓓ

Bab 6 | Peluang

h.188 ~ 191

Gagasan Utama

1 Peluang telungkup ...0,53
Peluang telentang ...0,47

2 (1) Benar (2) Salah
(3) Salah (4) Salah

3 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{5}{36}$
(3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{8}$

4 $\frac{3}{5}$

Penerapan

1 24 barisan semuanya. Terdapat 6 barisan ketika A menjadi pelari ke-3.

2 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{1}{10}$

3 (1) 27 hasil (2) $\frac{1}{3}$
(3) $\frac{1}{9}$

4 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{7}{36}$

Penggunaan Praktis

1 (1) $\frac{1}{3}$

(2) (Contoh)
Dua kotak terakhir adalah kotak berhadiah, dan yang lain tidak berhadiah. Jika pembawa acara akan membuka “kotak tak berhadiah”, maka sisanya adalah kotak berhadiah. Jadi, jika kita putuskan untuk mengubah kotak pertama yang kita dapat, kita pasti akan menang.

(3) ⓓ

Pendalaman Materi

(Jawaban)

Apa yang Terjadi Jika Kita Melilitkan Sebuah Tali pada Ekuator Bumi?

h.27

1 Panjang tali ... $(2\pi r+10)$ m,

2 Jari-jari lingkaran $r + (\frac{5}{\pi})$
$\frac{5}{\pi}$ m, kira-kira 1,59 m

▶ 6,28 m

CT Scan dan Matematika

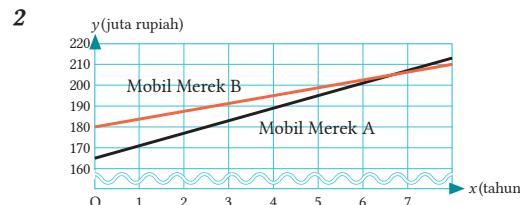
h.56

1
$$\begin{cases} A + B = 6 & ① \\ C + D = 4 & ② \\ A + C = 7 & ③ \\ B + C = 5 & ④ \end{cases}$$

③ − ④, AB = 2 ⑤

Bila kita selesaikan ① − ⑤ dengan sistem persamaan linear dua variabel,
maka A = 4, B = 2, A = 4, B = 2

Substitusi B = 2 ke ④, ~
2 + C = 5, C = 3

Substitusi C = 3 ke ②, ~
3 + D = 4, D = 1

Jawab A = 4, B = 2, C = 3, D = 1

2 Diabaikan

Mobil Manakah yang Lebih Murah?

h.96

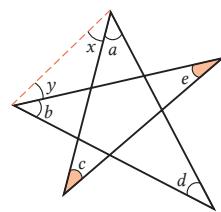
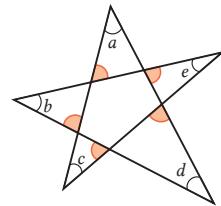
1 37.500 rupiah

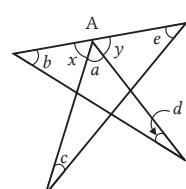
2

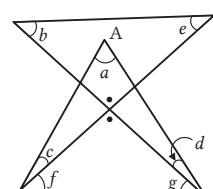
3 Lebih dari 7 tahun, alasan diabaikan.

Mencari Jumlah Lima Sudut dari Bintang Segi Lima (Pentagon)

h.133

1 Karena jumlah sudut luar sama dengan jumlah sudut dalam tak berdekatan, maka
$\angle c + \angle e = \angle f$, $\angle b + \angle d = \angle g$
Karena jumlah sudut dalam segitiga adalah, maka 180°,
$\angle a + (\angle c + \angle e) + (\angle b + \angle d)$
$= \angle a + \angle f + \angle g$
$= 180°$

2

$\angle c + \angle e = \angle x + \angle y$,
$\angle a + \angle b + \angle d + (\angle c + \angle e) = 180°$

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e$
$= 180° \times 5 - 360° \times 2$
$= 180°$

3

$\angle e + \angle c = \angle x$
$\angle b + \angle d = \angle y$
$\angle a + \angle x + \angle y = 180°$
$\angle a + (\angle e + \angle c) + (\angle b + \angle d) = 180°$

$\angle a + \angle c + \angle f + \angle g + \angle d = 180°$
$\angle b + \angle e = \angle f + \angle g$,
$\angle a + \angle c + (\angle b + \angle e) + \angle d = 180°$

Mari Pikirkan dengan Mengubah Syaratnya

h.167 ~ 168

1 AQ = PB benar dalam rotasi apa pun

2 diabaikan

3 (1) AR = QB benar

(Bukti) Pada Δ ACR dan Δ QCB, berdasar pengandaian, AC = QC ① AC = QC, ② CR = CB, ③ ∠ACR = ∠QCB
Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sisi-sudut-sisi, maka ΔACR ≡ ΔQCB. Jadi, AR = QB.

(2) PB = AQ benar

(Bukti) Pada ΔCPB dan Δ CAQ, berdasar pengandaian ①, ② dan sehingga, PCB = ACQ ③
Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sisi-sudut-sisi, maka ΔCPB ≡ ΔCAQ.
Jadi, PB = AQ.

Manakah yang Memiliki Keuntungan?

h.193

1 (1) Jumlah mata dadu 9: (1, 2, 6), (1, 3, 5), (1, 4, 4), (2, 2, 5), (2, 3, 4), (3, 3, 3)
Jumlah dari gulungan 10 ... (1, 3, 6), (1, 4, 5), (2, 2, 6), (2, 3, 5), (2, 4, 4), (3, 3, 4)

(2) Terdapat 25 kasus berbeda untuk membuat jumlah mata dadu menjadi 9, dan terdapat 27 kasus berbeda untuk 10. Oleh karena itu, peluang lebih tinggi akan diperoleh untuk jumlah 10.

Jawaban Perhitungan SMP Kelas VIII
Tinjau Ulang SMP Kelas VIII

Perhitungan SMP Kelas VIII h.222

1
(1) 2 (2) −11
(3) 8 (4) −2,5
(5) $-\frac{5}{12}$ (6) $\frac{3}{10}$
(7) −7 (8) 4
(9) −1 (10) 1
(11) −5

2
(1) −21 (2) 45
(3) 0 (4) −10
(5) 64 (6) −64
(7) 7 (8) 0
(9) $-\frac{1}{10}$ (10) $-\frac{2}{3}$
(11) 15 (12) $-\frac{3}{4}$
(13) 4 (14) 33
(15) 3

3
(1) $6x$ (2) $-5x$
(3) $a - 9$ (4) $9x - 3$
(5) $-2x + 7$ (6) $-36x$
(7) $10x$ (8) $-3x$
(9) $8a - 16$ (10) $-6x + 30$
(11) $3x - 5$ (12) $5x - 20$
(13) $x + 1$ (14) $\frac{7}{8}x - 6$

4
(1) $x = 4$ (2) $x = -9$
(3) $x = 9$ (4) $x = -1$
(5) $x = 2$ (6) $x = \frac{5}{2}$
(7) $x = 3$ (8) $x = -2$
(9) $x = -18$ (10) $x = 15$
(11) $x = -6$ (12) $x = 7$
(13) $x = 2$ (14) $x = 8$

Bab 1 | Menyederhanakan Bentuk Aljabar

h.223

1
(1) $4a - 2b$ (2) $-8x + 2y + 8$
(3) $-2a + 9b$ (4) $-7x^2 + 10x - 9$
(5) $x + 7y - 9$ (6) $-6x^2 + x - 16$

2
(1) $15x - 21y + 12$ (2) $-2x + 4y$
(3) $-5a + 4b$ (4) $14x - 16y$
(5) $-\frac{5}{6}x - \frac{25}{12}y$ (6) $\frac{a - 14b}{10}$

3
(1) $-14ab$ (2) $18x^3$
(3) $16a^3$ (4) $-6x^2y$
(5) $-4a$ (6) $12x$
(7) $\frac{2a^2}{b}$ (8) $-21x^2y^2$
(9) 9 (10) $-5x^3y^6$

4
(1) −10 (2) 75
(3) −2

5 Jika kita misalkan bilanga genap terkecil dengan $2n$, maka 3 bilangan genap berurutan dapat dinyatakan dengan $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$. Jumlah ketiga bilangan ini adalah
$2n + (2n + 2) + (2n + 4)$
$= 6n + 6$
$= 6(n + 1)$
Karena $n + 1$ adalah bilangan bulat, $6(n + 1)$ adalah kelipatan 6. Oleh karena itu, jumlah tiga bilangan genap berurutan adalah kelipatan 6.

6 $h = \frac{3V}{a^2}$

Bab 2 | Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

h.224

1
(1) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$

2
(1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$
(3) $\begin{cases} x = -8 \\ y = 6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = -7 \end{cases}$
(5) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ (6) $\begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$

3 $a = -3$, $b = 4$

4 Misal banyaknya air yang keluar dari pipa A dan B adalah x liter dan y liter,

$$\begin{cases} 30x + 60y = 600 \\ 60x + 20y = 600 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases}$$

Jawab: Pipa A 8 liter, pipa B 6 liter

5 Misalkan x g dari 8% air garam dengan y g 15% air garam,

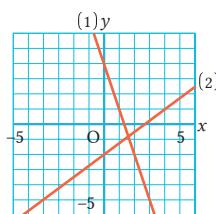
$$\begin{cases} x + y = 700 \\ \frac{8}{100}x + \frac{15}{100}y = \frac{12}{100} \times 700 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$

Jawab: 300g dari 8% dan 400g dari 15% air garam

6 Misalkan kecepatan A x km/jam dan kecepatan B y km/jam,

$$\begin{cases} 0{,}5x + 0{,}5y = 8 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

Jawab: kecepatan A km/jam dan kecepatan B 4 km/jam

Bab 3 | Fungsi Linear

h.225

1 -10

2

3 (1) $y = -\frac{1}{2}x + 7$ (2) $y = -x - 1$

(3) $y = 2x - 10$

4 (1) $l \ldots y = -2x + 4$, $m \ldots y = \frac{2}{3}x - 4$

(2) P(3, −2)

5 (1) $y = -6x + 54$

(2) 2 detik dan 7 detik

6 (1) Setelah 15 menit, 30.000 m

(2) Sepeda 200 m/menit, jalan 75 m/menit

Bab 4 | Menyelidiki Sifat-Sifat Bangun Geometri

h.226

1 (1) $\angle x = 50°$, $\angle y = 70°$

(2) $\angle x = 36°$

(3) $\angle x = 44°$, $\angle y = 29°$

2 (1) $\angle x = 43°$ (2) $\angle x = 50°$

(3) $\angle x = 98°$, $\angle y = 141°$

3 (1) Segi-8 (2) 140°

(3) Regular pentadekagon

4 (1) (Pengandaian) AD∥BC, AO = CO

(Kesimpulan) AE = CF

(2) Dalam ΔAOE dan ΔCOF

berdasar pengandaian, karena sudut bertolak belakang sama, maka AO = CO ①

Karena sudut dalam berseberangan sama besar, maka ∠AOE = ∠COF ②

Dari ①, ②, dan ③, berdasarkan aturan kongruensi sisi-sudut-sisi,

maka ΔAOE ≡ ΔCOF.

Jadi, AE = CF.

Bab 5 | Segitiga dan Segi Empat

h.227

1 (1) $\angle x = 127°$ (2) $\angle x = 70°$

(3) $\angle x = 57°$

2 Dalam ΔDBM dan ΔECM

berdasar pengandaian,

∠BDM = ∠CEM = 90° ①

BM = CM ②

∠BMD = ∠CME ③

Dari ①, ②, dan ③, karena panjang hipotenusa bersesuaian dan sudut lancip bersesuaian sama pada segitiga siku-siku,

maka ΔDBM ≡ ΔECM.

Jadi, ∠B = ∠C.

Karena dua sudut sama besar, maka ABC adalah segitiga sama kaki.

3 Segi empat ABCD adalah jajargenjang,
$AB /\!/ DC$, $AB = DC$ ①
Hal ini sama seperti segi empat
ABEF, $AB /\!/ FE$, $AB = FE$ ②
Dari ① dan ②, $FE /\!/ DC$, $FE = DC$
Karena satu pasang sisi berhadapan sejajar dan sama panjang, maka segi empat FECD adalah jajargenjang.

4 (1) Dalam $\triangle ADC$ dan $\triangle ABF$
karena segi empat ABED dan ACGF adalah persegi,
maka, $AD = AB$ ①
$AC = AF$ ②
Jadi, $\angle DAC = 90^\circ + \angle BAC$.
$\angle BAF = 90^\circ + \angle BAC$
Jadi, $\angle DAC = \angle BAF$.
Dari ①, ②, dan ③, berdasar aturan kongruensi sisi-sudut-sisi,
maka $\triangle ADC \equiv \triangle ABF$
Jadi, $DC = BF$.

(2) 90°

Bab 6 | Peluang

h.228

1 0,19

2 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{9}{20}$

3 $\frac{3}{5}$

4 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{4}$

(3) $\frac{7}{18}$

5 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{11}{5}$

(3) $\frac{4}{5}$

6 $\frac{2}{5}$

Indeks

Lampiran ①

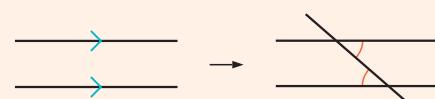
Rangkuman Sifat-Sifat Bangun Geometri

Mari mengulang dengan mengisi ☐ .

Garis Sejajar dan Sudut

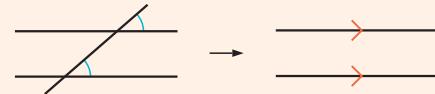
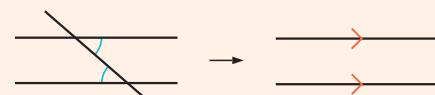
Sifat Sudut Bertolak Belakang

▶ Hlm.102

Sudut bertolak belakang adalah ☐ .

Sifat-Sifat Garis Sejajar

▶ Hlm.106

Jika terdapat sebuah garis yang memotong dua garis lain yang sejajar, maka

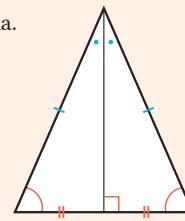
① ☐ besar sudutnya sama.

② ☐ besar sudutnya sama.

Syarat Garis Sejajar

▶ Hlm..106

Jika suatu garis memotong dua garis lainnya,

① jika sudut-sudut bersesuaian sama besar, maka dua garis tersebut ☐ .

② jika sudut-sudut dalam berseberangan sama besar, maka kedua garis lain ☐

Segitiga Sama Kaki

Definisi Segitiga Sama Kaki

▶Hlm.138

Segitiga dengan dua ☐ yang sama.

Sifat Segitiga Sama Kaki

▶ Hlm.139, 140

1. 2 ☐ adalah sama.
2. Garis bagi dari sudut puncak tegak lurus ☐ alas.

Segitiga dengan Dua Sudut yang Sama

▶ Hlm.142

Segitiga dengan dua sudut sama besar adalah

☐

Sudut Segi Banyak

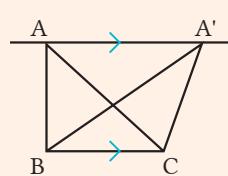
Sifat Sudut Segitiga

▶ Hlm.108

1. Jumlah sudut dalam segitiga adalah ☐ .
2. Sudut luar segitiga jumlahnya sama dengan dua ☐ yang tidak berdampingan dengan sudut luar tersebut.

Jumlah Sudut Dalam dan Sudut Luar Segi Banyak

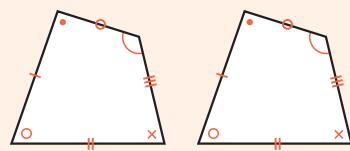
▶ Hlm.111, 114

1. Jumlah sudut dalam segi banyak dengan n titik sudut adalah $180 \times$ ☐ .
2. Jumlah sudut luar segi banyak dengan n titik sudut adalah ☐ .

Garis Sejajar dan Luas

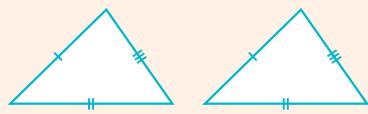
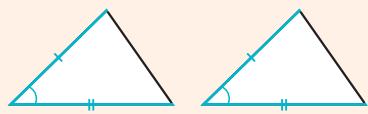
Garis Sejajar dan Luas

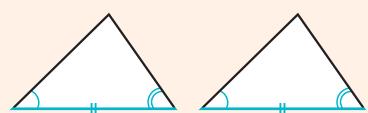
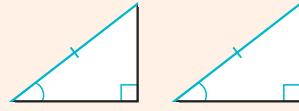
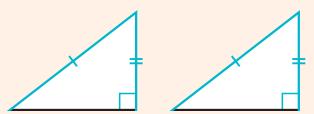
▶ Hlm.162

Jika AA' ☐ BC, maka

luas ΔABC = luas ΔA'BC .

Kekongruenan

Sifat Bangun yang Kongruen

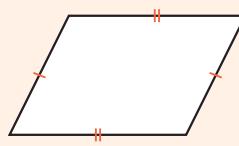
Hlm.117

1. Pada bangun-bangun kongruen, sisi bersesuaian .
2. Pada bangun-bangun kongruen, sudut-sudut bersesuaian .

Aturan Kekongruenan Segitiga

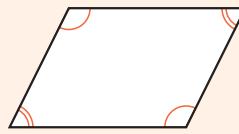
Hlm.120

1. sama.
2. Dua pasang dan sudut di antara keduanya adalah sama.
3. Sepasang sisi dan kedua adalah sama.

Syarat Kekongruenan Segitiga Siku-Siku

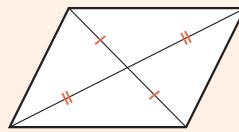
Hlm.146

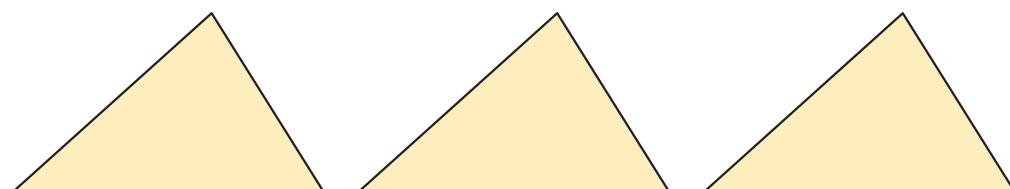
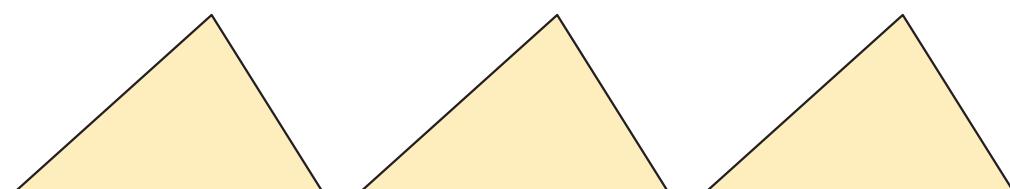
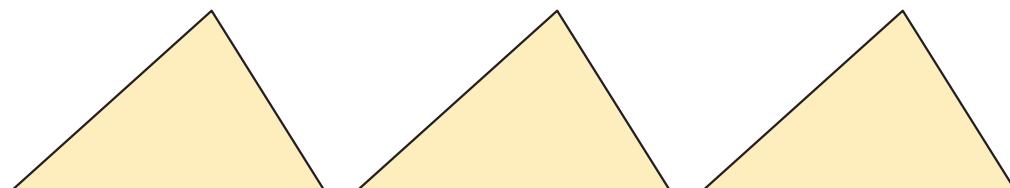
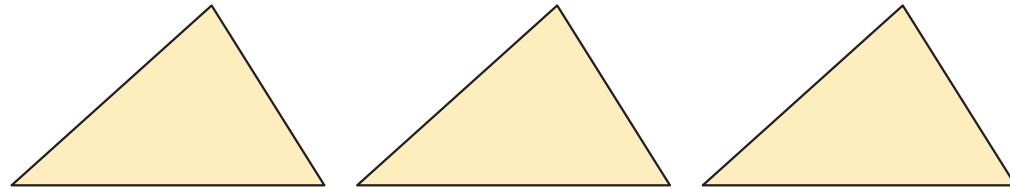
1. Kedua bersesuaian dan sudut lancipnya adalah sama.
2. Hipotenusa yang bersesuaian dan bersesuaian lainnya adalah sama.

Jajargenjang

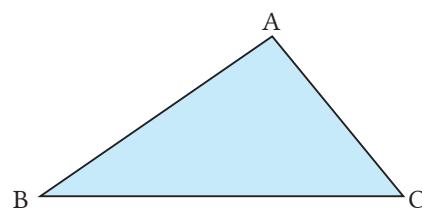
Definisi Jajargenjang

Hlm.149

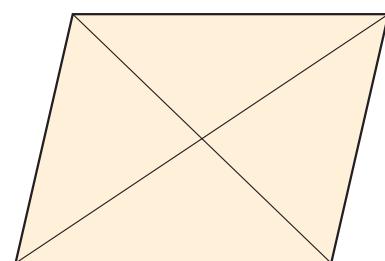
Segi empat dengan 2 pasang sisi berhadapan yang sama adalah .

Sifat Jajargenjang

Hlm.151

1. Dua pasang sama.
2. sudut berhadapan sama besar.
3. Kedua diagonal berpotongan pada .

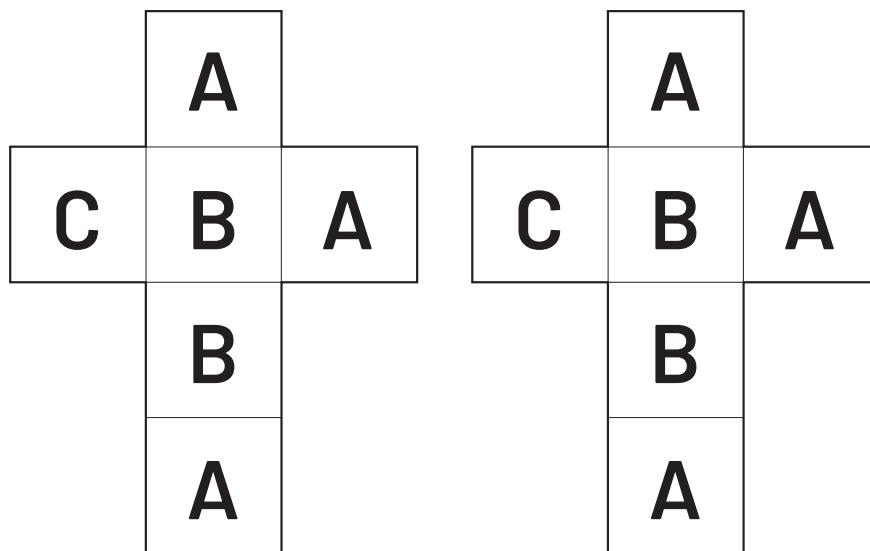
Syarat Segi Empat Menjadi Jajargenjang

Hlm.155

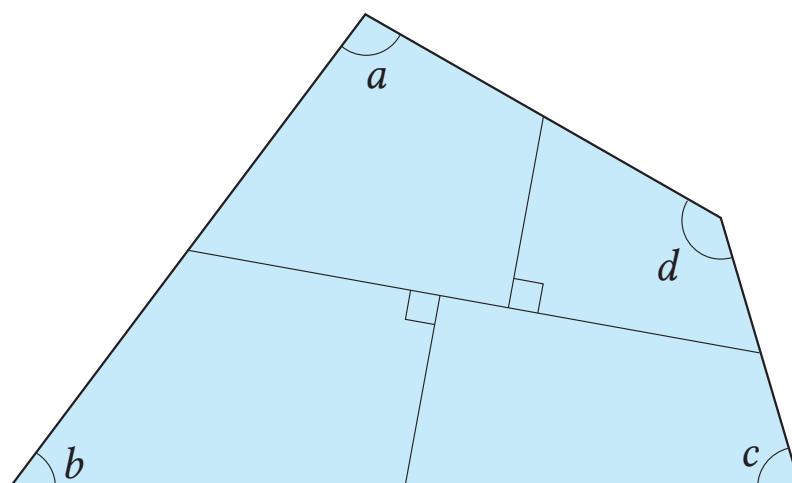
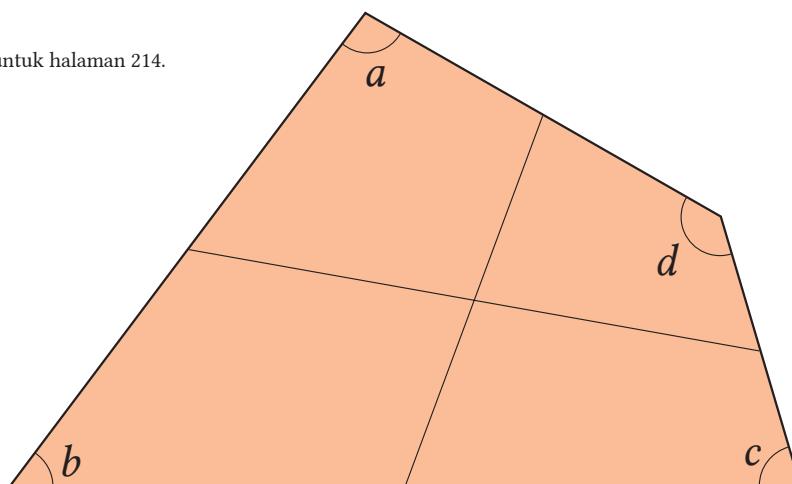
1. Dua pasang sisi berhadapan .
2. Dua pasang sama besar.
3. Dua pasang sama panjang.
4. Dua berpotongan di titik tengah.
5. Sepasang adalah sejajar dan sama besar.

Lembar untuk difotokopi

Lampiran ②

Gunakan untuk halaman 101.

Lampiran ③

Gunakan untuk halaman 116.

Lampiran ④

Gunakan untuk halaman 149.

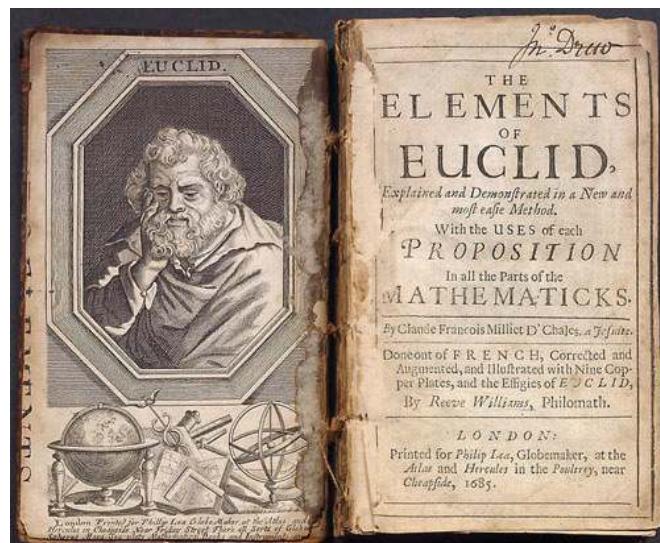
Lembar untuk difotokopi

Sumber: britannica.com

Euclid

THE ELEMENTS OF EUCLID, Explained and Demonstrated in a New and most easie Method. With the USES of each PROPOSITION In all the Parts of the MATHEMATICKS. By Claude Francois Milliet D'Chales, a Jesuite. Done out of FRENCH, Corrected and Augmented, and Illustrated with Nine Copper Plates, and the Effigies of EUCLID, By Reeve Williams, Philomath. LONDON: Printed for Philip Lea, Globemaker, at the Atlas and Hercules in the Poultrey, near Cheapside, 1685.

Sumber: medium.com

Euclid

Sekitar 330 SM – 275 SM

Euclid, ahli matematika paling terkenal di Mesir, bekerja di Alexandria, menulis buku berjudul "Elements" dengan 13 volume yang mengintegrasikan beberapa teorema terkenal ke dalam satu sistem.

Elements

Telah diterbitkan lebih dari 1.000 edisi dan dikenal sebagai buku yang paling dicetak dalam matematika. Di Mesir, buku ini digunakan sebagai buku teks matematika selama 2.000 tahun.

Teorema Thales

Dua segitiga dikatakan kongruen ketika dua pasang sudut yang bersesuaian dan sisi di antara mereka adalah sama besar dan sama panjang. Thales menggunakan teorema ini untuk mengukur jarak dari daratan ke kapal.

Jika kita menggambar segitiga kongruen dengan menggunakan teorema ini, kita dapat menentukan jarak ke kapal.

Thales

Sumber: elsikkerhetsportalen.no

Thales

Sekitar 624 SM – 574 SM

Thales dikenal sebagai seorang ahli filsafat dan ahli matematika. Ketika ia kembali ke Yunani dari Mesir, ia membawa banyak sekali ilmu pengetahuan. Ia membuktikan beberapa teorema.

Pascal

Sumber: britannica.com

Blaise Pascal
(1623-1662)

Sumber: fineartamerica.com

Pierre de Fermat
(1601-1665)

Fermat

Peluang

Dua orang A dan B bermain sebuah permainan. Siapa pun yang menang 3 kali akan menjadi juara dan dapat hadiah. Jika mereka berhenti setelah 2 permainan dan B menang sekali, bagaimana mereka membagi hadiah secara adil?

Pelaku Perbukuan

Profil Penyadur

Nama Lengkap : Mochammad Hafiizh, S.Pd., M.Si., Ph.D
E-mail : moch.hafiish.fmipa@um.ac.id
Instansi : Universitas Negeri Malang
Alamat Instansi : Jalan Semarang No 5, Malang
Bidang Keahlian : Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
1. Dosen PNS di Universitas Negeri Malang (2014-sekarang)
2. Peneliti di Labmath-Indonesia, Bandung (2013-2014)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. Universitas Negeri Malang (S1, 2007-2011)
2. Institut Teknologi Bandung (S2, 2012-2013)
3. Kanazawa University (S3, 2016-2019)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Aplikasi Rof Total Variation Menggunakan Split Bregman Untuk Mengurangi Noise Pada Gambar Pembuluh Darah Kapiler Dalam Jari Manusia (2020)
2. Estimasi Matematis untuk Jumlah Pengiriman Paket Barang di JNE Mojokerto dengan Metode Double Exponential Smoothing (2021)

Profil Penyadur

Nama Lengkap : Fitriana Yuli Saptaningtyas, S.Pd.Si.,M.Si.
E-mail : fitrianatya@uny.ac.id
Instansi : UNY
Alamat Instansi : Kampus Karangmalang
Bidang Keahlian : Matematika Terapan

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
Staf Pengajar Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. S1 Pendidikan Matematika UNY tahun 2001-2004
2. S2 Matematika ITS Tahun 2005-2007

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Penentuan anulus sebagai lokasi limit cycle pada bidang phase dari persamaan Van Der Pol.
2. Perbandingan Solusi Numerik pada Model Penyebaran Sel Kanker dengan Kemoterapi dan Imunoterapi.
3. *Limit Cycle* pada Model Matematika *Forced Vibrations Oscilator* yang massanya bervariasi terhadap waktu.
4. Aplikasi Inviscid Burger Equation pada Masalah Arus Lalu Lintas one-way traffic.
5. Upaya peningkatan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa melalui kegiatan lesson study pada mata kuliah analisis nyata.
6. Pemetaan Daerah Rawan Bencana Gempa di Daerah Istimewa Yogyakarta dengan Menggunakan Kombinasi dari Metode *Fuzzy Simple Additive Weighting* (FSAW) dan *Fuzzy C-Mean Clustering* (FCM).
7. Penerapan Sistem Lorentz Dengan Tekhnik Penyelesaian *Difference Transform Method* Untuk Pemodelan Waktu Transisi Kemacetan Lalu Lintas.
8. Analisa Penyelesaian Traffic Flow Problem dengan model persamaan gelombang.
9. Solusi numerik persamaan linear gelombang air dangkal yang dibangkitkan oleh pergerakan dasar menggunakan finite volume method.
10. Pengembangan bahan ajar matematika diskret berbasis representasi multipel untuk meningkatkan kemampuan komunikasi dan koneksi matematis mahasiswa calon guru matematika sekolah menengah.
11. Eksistensi dan ketunggalan solusi persamaan panas.

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Budi Poniam, M.Si.
Telepon Kantor/HP : -
E-mail : budi.poniam@sampoernauniversity.ac.id
Instansi : Universitas Sampoerna
Alamat Instansi : Jalan Raya Pasar Minggu Kav 16
Pancoran, Jakarta Selatan

Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen tetap di Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sampoerna (2011)
2. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika (2019)
3. Anggota Tim Penulis Capaian Pembelajaran-Kemdikbud (2020)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. Sarjana Fisika (S1) Universitas Indonesia (lulusan tahun 1994)
2. Magister Matematika (S2) Universitas Indonesia (lulusan tahun 2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Prosiding Konferensi Nasional Matematika (KNM XVII) (2014, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya)
   Pelabelan Graceful Super Fibonaci pada Graf Friendship dan Variasinya.
2. Prosiding Seminar Nasional Matematika (SNM 2017) (2017, Universitas Indonesia)
   Polinomial Karakteristik dan Spektrum Matriks Adjacency dan Anti-adjacency dari Graf Friendship Tak Berarah dan Berarah.
3. Jurnal Riset Pembelajaran Matematika Sekolah: Vol 4 No 2 (2020)
   Analysis of mathematical Content Knowledge of Elementary Teachers in Lampung Utara Regency: A Baseline Study
4. Jurnal Riset Pendidikan Matematika 7 (1), 2020, 88-96
   An analysis of place value content in the Curriculum 2013 thematic textbooks for grades 1 and 2
   Salsabila Shiellany (1), Budi Poniam (2)

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Dr. Yudi Satria M.T.
Telepon Kantor/HP : -
E-mail : -
Instansi : Universitas Indonesia
Alamat Instansi : Departemen Matematika, FMIPA UI, Kampus UI Depok
Bidang Keahlian : Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Staf Pengajar Departemen Matematika FMIPA UI

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3 - Ilmu Komputer, Universitas Indonesia, Tahun 2006
2. S2 – Teknik Informatika, Institut Teknologi Bandung, Tahun 1998
3. S1 - Matematika, Universitas Indonesia, Tahun 1991

Profil Penelaah

Nama Lengkap : Dr. Iva Sarifah, M.Pd
Telepon Kantor/HP : (021) 5254912
E-mail : -
Instansi : Universitas Negeri Jakarta
Alamat Instansi : Jl. Rawamangun Muka No. 1 Jakarta Timur
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika
Penelitian dan Evaluasi Pendidikan

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen Program Studi S1 PGSD FIP UNJ
2. Dosen Program Studi S1 Pendidikan Anak Usia Dini FIP UNJ
3. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
4. Dosen Program Studi S2 Teknologi Pendidikan Pascasarjana UNJ
5. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Anak Usia Dini Pascasarjana UNJ
6. Dosen Program Studi S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Pascasarjana UNJ
7. Dosen Program Studi S3 Pendidikan Dasar Pascasarjana UNJ
8. Dosen Program Studi S2 Pendidikan Dasar Universitas Terbuka
9. Instruktur PLPG
10. Penilai buku teks dan nonteks Puskurbuk

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S1 Pendidikan Matematika Tahun 1984
2. S2 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 1997
3. S3 Penelitian dan Evaluasi Pendidikan Tahun 2010

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Pengembangan Penilaian Kinerja sebagai Alternatif untuk Mengukur Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2021.
2. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis *ICT Literacy* pada Pembelajaran Matematika bagi Siswa Sekolah Dasar di Era Pandemi Covid-19 dalam Rangka Mensukseskan Merdeka Belajar. Tahun 2021.
3. Pengembangan Instrumen Kemampuan Berpikir Kritis dalam Pembelajaran Matematika di SD. Tahun 2020.

4. Pengembangan Buku Cerita Digital Anak Berbasis Penanaman Karakter untuk Anak Usia SD. Tahun 2020.
5. Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Geometri Berbasis Realistik Matematika dalam Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2019.
6. Pengaruh *Self Efficacy Belief*, Kemampuan Matematika, Motivasi Kerja, dan Pengetahuan Mengkonstruksi Tes terhadap Kualitas Instrumen Tes Buatan Guru SD di DKI Jakarta. Tahun 2019.
7. Pengaruh *Self Efficacy* dan *Mathematical Disposition* terhadap hasil Belajar Matematika Siswa SD Kelas V di Jakarta Timur. Tahun 2018.
8. Peningkatan *Self Efficacy Belief* Mahasiswa Program Studi PGSD FIP UNJ melalui Penerapan *Problem Based Learning* pada Perkuliahan Pembelajaran Matematika SD. Tahun 2017.
9. Pengembangan Model *Brain Based Learning* pada Jenjang Pendidikan Anak Usia Dini untuk Menumbuhkan Kreativitas Manusia Indonesia Sejak Dini. Tahun 2016.
10. Kajian Fungsi *Tools* dalam *LCMS e-front* untuk Pengembangan *e-content* bagi Matakuliah Matematika di Jurusan PGSD Fakultas Ilmu Pendidikan UNJ. Tahun 2015.
11. Pengembangan Model Evaluasi Diri Sekolah secara Online. Tahun 2014.
12. Persepsi Civitas Akademika FIP UNJ tentang Penjaminan Mutu FIP UNJ. Tahun 2013.
13. Sikap Mahasiswa terhadap Program Kerjasama di Jurusan PGSD FIP UNJ. Tahun 2012.

Profil Editor

Nama Lengkap : Uly Amalia, S.Si.
E-mail : ulyaaa13@gmail.com
Bidang Keahlian : Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. 2007-2008 Editor Matematika di Penerbit Regina, Bogor
2. 2009-sekarang Pekerja lepas (penulis, editor, dan pemeriksa aksara)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, 2001-2005

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. *Updated Edition Supertrik Lolos TPA* (2015, Penerbit Cmedia)
2. *Bank Soal Matematika SD Kelas 4, 5, & 6* (2015, Penerbit Bmedia)
3. *Jurus Anti Lelet Kuasai Matematika SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX* (2015, Penerbit Grasindo)
4. *Supertrik Kuasai Matematika SMP Kelas VII, VIII, IX* (2015, Penerbit Grasindo)
5. Tim penyusun buku *Top Book Lulus UN SMP/MTs 2016* (2015, Penerbit Grasindo)
6. Tim penyusun buku *Top Sukses Juara US SD/MI* (2016, Penerbit Grasindo)
7. *Hafal Mahir Teori dan Rumus Matematika SMP/MTs Kelas 7, 8, 9* (2016 dan 2017, Penerbit Grasindo)

Judul Buku Hasil Sunting dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. *Everything Has Changed* (2016, Penerbit Best Media)
2. *High School Vampire* (2016, Penerbit Best Media)
3. *Bad Boy and Crazy Girl* (2016, Penerbit Best Media)
4. *Pacar Halal* (2017, Penerbit Bintang Media)
5. *Cinta Dalam Diam* (2017, Penerbit Bintang Media)
6. *Assalamualaikum Calon Imam* (2017, Penerbit Coconut Books)
7. *Sayap Surgaku* (2017, Penerbit Coconut Books)
8. *Bad Girl in Pesantren* (2017, Penerbit Coconut Books)
9. *Air Mata Cinta* (2018, Penerbit Coconut Books)
10. *Dear Imamku* (2018, Penerbit Coconut Books)

Profil Penata Letak (Desainer)

Nama Lengkap : Erwin
E-mail : wienk1241@gmail.com
Bidang Keahlian : Layout/Setting

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. 2016 – sekarang : Freelancer CV. Eka Prima Mandiri
2. 2015 – 2017 : Freelancer Yudhistira
3. 2014 – sekarang : Freelancer CV Bukit Mas Mulia
4. 2013 – sekarang : Freelancer Pusat Kurikulum dan Perbukuan
5. 2013 – 2019 : Freelancer Agro Media Group
6. 2012 – 2014 : Layouter CV. Bintang Anaway Bogor
7. 2004 – 2012 : Layouter CV. Regina Bogor

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Teks Matematika Kelas 9 Kemendikbud
2. Buku Teks Matematika Kelas 10 Kemendikbud
3. SBMPTN 2014
4. TPA Perguruan Tinggi Negeri & Swasta
5. Matematika Kelas 7 CV. Bintang Anaway
6. Siap USBN PAI dan Budi Pekerti untuk SMP CV. Eka Prima Mandiri
7. Buku Teks Matematika Peminatan Kelas X SMA/MAK Kemendikbud

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : Moch Isnaeni, S.Pd.
Telepon Kantor/HP : 081320956022
E-mail : abah707@gmail.com
Instansi : Nalar Studio
Alamat Instansi : Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No. 479B, Bandung - Jawa Barat
Bidang Keahlian : Ilustrasi

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
Ilustrator buku-buku anak di penerbit

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
Sarjana seni rupa UPI Bandung

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
Sudah 10.000 buku yang diterbitkan di dalam dan luar negeri

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
Batik Kina di Pemda Kabupaten Bandung

Profil Ilustrator

Nama Lengkap : Sendy Thoriq Alamsyah
E-mail : dethoriqsyah@gmail.com
Instansi : Nalar Studio
Alamat Instansi : Jl. Kopo Gg. Lapang 1 No. 479B, Bandung - Jawa Barat
Bidang Keahlian : Ilustrasi

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Ilustrator

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. SMKN 14 Bandung 2016-2019

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

-

Profil Fotografer

Nama Lengkap : Dewi Pratiwi
E-mail : afkan_i@yahoo.com
Instansi : SMPN 1 Gunungputri
Alamat Instansi : Jl. Melati No. 34 Wanaherang Kab. Bogor
Bidang Keahlian : Fotografer

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)
1. CV Penerbit Regina
2. CV Ricardo Publishing & Printing
3. PT Leuser Cita Pustaka
4. Mengajar di SMPN 1 Gunungputri

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar
1. 2002 Universitas Pendidikan Indonesia FPMIPA jurusan Matematika

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Judul buku: Mari Mengerti Matematika untuk SMP/MTs Kelas VII, VIII, IX
2. Judul buku: Pintar Matematika untuk SD Kelas I, II, III, IV, V, VI
3. Judul buku: Tematik SD Kelas I, II, III, IV, V, VI

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)
1. Meningkatkan Penguasaan Konsep Bilangan Bulat melalui Wayang Golek
2. Berwirausaha Sejak Dini melalui Aritmetika Sosial

Tahukah Kamu ?

Di Jepang, simbol yang digunakan untuk menyatakan “kurang dari atau sama dengan” adalah ≦.
Begitu juga “lebih dari atau sama dengan” dinyatakan oleh simbol ≧.
Sedikit berbeda dengan di Indonesia ya!

Tahukah Kamu?

Tahukah Kamu?

Bagi guru, peserta didik, atau pembaca pada umumnya yang ingin memperdalam materi, dapat mencari sumber lain yang kredibel, terutama dari luar negeri. Namun tetap harus diperhatikan bahwa konteks, simbol, atau beberapa hal lain dimungkinkan akan sangat berbeda dengan di Indonesia. Jadi harus lebih berhati-hati. Beberapa guru, peserta didik, atau pembaca pada umumnya mungkin agak kesulitan mencari terjemahan istilah baik dari Bahasa Indonesia ke Bahasa Inggris atau sebaliknya karena tidak mudah dan terkadang tidak diterjemahkan per-kata. Istilah-istilah berikut diharapkan dapat membantu pengembangan penguasaan materi.

Istilah dalam Bahasa Inggris	Terjemahan ke dalam Bahasa Indonesia
Monomial expressions	Suku tunggal (monom)
Polynomial expressions	Suku banyak (polinom)
Terms	Suku (biasanya muncul dalam konteks barisan, deret, monom, atau polinom)
Constant term	Suku konstan
Degree	Derajat (jika variabelnya hanya satu, maka sama dengan istilah pangkat)
Like terms	Suku sejenis
Integers	Bilangan bulat
Variable (unknown)	Variabel
Coefficient	Koefisien
Odd numbers	Bilangan ganjil
Even numbers	Bilangan genap
Circle	Lingkaran
Semicircle	Setengah lingkaran
Arc of circle	Busur lingkaran
Radii/Radius	Jari-jari
Area	Luas
Circumference	Keliling (dalam konteks lingkaran)
Perimeter	Keliling (dalam konteks persegi, persegi panjang, segitiga, segi empat, atau segi banyak, selain lingkaran)
Cylinder	Tabung
Equations	Persamaan
Simultaneous equations	Sistem persamaan
Solution	Solusi/selesaian/penyelesaian
Linear function	Fungsi linear
Rate of change	Tingkat perubahan
Intercept	Perpotongan
Slope	Kemiringan

Istilah dalam Bahasa Inggris	Terjemahan ke dalam Bahasa Indonesia
Linear equations with two Unknowns/variables	Persamaan linear dua variabel
Parallel	Paralel
Perpendicular	Tegak lurus
Geometric figures	Bangun geometri
Polygon	Bangun datar segi banyak
Triangle	Segitiga
Isosceles triangle	Segitiga sama kaki
Equilateral triangle	Segitiga sama sisi
Right triangle	Segitiga siku-siku
Parallelogram	Jajargenjang
Quadrilateral	Segi empat
Hypotenuse	Hipotenusa (sisi miring dalam segitiga)
Vertex	Titik sudut (biasanya dalam konteks segi banyak)
Corresponding sides	Sisi-sisi bersesuaian
Vertical angles	Sudut-sudut bertolak belakang
Corresponding angles	Sudut-sudut bersesuaian
Alternate interior angles	Sudut dalam berseberangan
Interior angles	sudut dalam (biasanya dalam konteks segitiga, segi empat, atau segi-n)
Exterior angles	sudut luar (biasanya dalam konteks segitiga, segi empat, atau segi-n)
Acute angles	sudut lancip
Obtuse angles	sudut tumpul
Vertex angle	Sudut puncak (dalam konteks segitiga sama kaki)
Base angles	Sudut alas (dalam konteks segitiga sama kaki)
Bisector	Garis bagi
Midpoints	Titik tengah
Opposite sides	Sisi-sisi berhadapan
Rectangle	Persegi panjang
Rhombus	Belah ketupat
Squares	Persegi
Trapezoid	Trapesium
Probability	Peluang
Event	Kejadian